

Berichte aus dem Labor für Numerik im Bauwesen

Herausgegeben von Jens Minnert und Gerd Wagenknecht

LINEB

Timm Wetzel

Imperfektionsannahmen im Stahlbau für Biegedrillknicken

Heft 4



THM

**CAMPUS
GIESSEN**

BAU
Bauwesen



TECHNISCHE HOCHSCHULE MITTELHESSEN

Berichte aus dem Labor für Numerik im Bauwesen der technischen Hochschule Mittelhessen

Imperfektionsannahmen im Stahlbau für Biegedrillknicken

von
Timm Wetzel

HEFT 4

HERAUSGEGEBEN VON
JENS MINNERT UND GERD WAGENKNECHT

Zusammenfassung

Beim Nachweis biegedrillknickgefährdeter Träger mit dem Ersatzimperfektionsverfahren können die Ausbreitung von Fließzonen sowie Eigenspannungen in den Profilen nicht direkt berücksichtigt werden. Stellvertretend sind äquivalente geometrische Ersatzimperfektionen anzusetzen, deren Werte die möglichen Wirkungen aller Imperfektionen abdecken. Entsprechende Vorgaben im Eurocode 3 mit einem Stich der Vorkrümmung in y -Richtung von $v_{0,d}=0,5 \cdot e_{0,d}$ liegen für eine nichtlineare Interaktionsbeziehung erheblich auf der unsicheren Seite. Genaue Ersatzimperfektionen sind jedoch von vielen Faktoren abhängig. Besonders entscheidend sind die gewählte Interaktionsbeziehung, der Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken, der Teilsicherheitsbeiwert, sowie die Stahlgüte. Es können repräsentative Ersatzimperfektionen ermittelt werden, die alle Einflüsse berücksichtigen. Sie führen bei einachsiger Biegung um die y -Achse stets zur gleichen Traglast wie Berechnungen mit dem Ersatzstabverfahren. Eine weitere, vor allem für die Praxis geeignete Lösung, ist der Ansatz einer Vorkrümmung mit einem Stich von $L/150$ für alle Profile. Wenn Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung nachzuweisen ist, ergeben sich bei Berechnungen mit dem Ersatzimperfektionsverfahren auch mit dem Ansatz der genauen repräsentativen Ersatzimperfektion Traglasten, die bis zu 13,6 Prozent auf der unsicheren Seite gegenüber Berechnungen nach der Fließzonentheorie liegen. Deshalb wird vorgeschlagen für den Nachweis biegedrillknickgefährdeter Träger mit dem Ersatzimperfektionsverfahren den Teilsicherheitsbeiwert γ_{M1} stets um 0,1 zu erhöhen.

Abstract

The bearing capacity of beams, taking into account lateral torsional buckling, can be verified using the equivalent imperfection method. This method does not regard the spread of plastic zones and residual stresses directly. Substitutional according to EC 3 imperfections may be adopted with an amplitude of $0,5 \cdot e_{0,d}$ where $e_{0,d}$ is the equivalent initial imperfection about the weak axis. With a nonlinear interaction formula for the internal forces $0,5 \cdot e_{0,d}$ is significantly on the unsafe side. Exact values depend also on the non-dimensional slenderness, the partial safety factor and the steel grade. It is shown how to determine representative imperfections, which take into account all influences. These values lead for bending about the y -axis to the torsional buckling resistance specified in the European buckling curves. Instead of these representative imperfections the constant value $L/150$ also may be adopted for the amplitude which is in particular capable for practical use. For lateral torsional buckling due to biaxial bending, bearing capacities calculated with the equivalent imperfection method are up to 13.6 percent on the unsafe side in comparison with calculations according to the plastic zone theory although exact values for the imperfections are applied. Therefore it is proposed to increase the partial safety factor γ_{M1} by 0.1. Thus considering the proposed partial safety factor $\gamma_{M1}=1,00+0,10=1,10$ the design curve exceeds the bearing capacity only about 4 percent.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis.....	II
Tabellenverzeichnis	III
Abkürzungsverzeichnis.....	V
Einleitung.....	1
1. Geometrische Ersatzimperfectionen für Biegedrillknicken	2
1.1 Allgemeines	2
1.2 Repräsentative Ersatzimperfectionen	3
1.3 Ersatzimperfection nach Eurocode 3 und dem Deutschen Nationalen Anhang	6
1.4 Teilsicherheitsbeiwerte nach Eurocode 3 und dem Deutschen Nationalen Anhang.....	7
1.5 Werkstoffeigenschaften nach Eurocode 3.....	8
1.6 Repräsentative Querschnitte	8
1.7 Diagramme für geometrische Ersatzimperfectionen	10
1.8 Auswertung der Diagramme für geometrische Ersatzimperfectionen.....	29
2. Berechnungen nach der Fließzonentheorie.....	31
2.1 Allgemeines	31
2.2 Physikalische Nichtlinearität.....	31
2.3 Geometrische Nichtlinearität	32
2.4 Verfahren zur Gleichgewichtsermittlung.....	33
2.5 Strukturelle Imperfectionen	34
2.6 Geometrische Imperfectionen.....	35
3. Umsetzung der Fließzonentheorie in RFEM	36
3.1 Allgemeines	36
3.2 Elementwahl und Netzgestaltung.....	36
3.3 Querschnittsidealisierung.....	37
3.4 Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfectionen	39
3.5 Randbedingungen und Lasteinleitung.....	40
3.6 Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität.....	41
3.7 Berechnungsmethodik.....	42
3.8 Validierung der Berechnungsmethodik	43
3.8.1 Biegeknicke um die schwache Achse.....	43
3.8.2 Biegedrillknicken bei zweiachsiger Biegung	47
4. Traglasten bei Biegedrillknicken nach Fließzonentheorie und Ersatzimperfectionsverfahren ...	51
4.1 Allgemeines	51
4.2 Diagramme der Traglasten-Vergleiche zwischen FZT und EIV	53
4.3 Auswertung des Traglasten-Vergleichs	71
5. Bemessungsvorschlag bei Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung.....	72
5.1 Ableitung eines Bemessungsvorschlags für Biegedrillknicken	72
5.2 Diagramme der Traglasten-Vergleiche für den Bemessungsvorschlag.....	73
5.3 Bewertung des Bemessungsvorschlags.....	76
6. Zusammenfassung	77
Anhang.....	VI
Literaturverzeichnis	XII

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Richtungsfestlegungen am Stab für alle weiteren Untersuchungen.....	2
Abb. 2: Idealer Einfeldträger für das ESV.....	3
Abb. 3: Vorgekrümmter Einfeldträger für das EIV.....	4
Abb. 4: Idealisierter Querschnitt für das TSV.....	5
Abb. 5: Querkraftversagen am Auflager (KSTAB).....	9
Abb. 6: Linear-elastisches/ ideal-plastisches Spannungsdehnungsgesetz.....	31
Abb. 7: NEWTON-RAPHSON Iteration.....	34
Abb. 8: Zusammengesetztes Schalenelement in RFEM.....	37
Abb. 9: Idealisierung gewalzter I-Querschnitte in RFEM.....	38
Abb. 10: Flächenmodell mit Vorkrümmung in y -Richtung in RFEM.....	39
Abb. 11: Liniengelagertes Trägerende mit Normalkrafteinleitung in RFEM.....	40
Abb. 12: Querlasteinleitung in y - und z -Richtung in RFEM.....	41
Abb. 13: Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung in RFEM mit Werten für $f_y=23,5\text{kN/cm}^2$..	42
Abb. 14: Fließzonen für Lastgruppe 1.....	46
Abb. 15: Fließzonen für Lastgruppe 4.....	46
Abb. 16: Verformungen für Lastgruppe 1.....	46
Abb. 17: Verformungen für Lastgruppe 4.....	46
Abb. 18: Fließzonen für Lastgruppe 1.....	49
Abb. 19: Fließzonen für Lastgruppe 3.....	49
Abb. 20: Verformungen für Lastgruppe 1.....	50
Abb. 21: Verformungen für Lastgruppe 3.....	50

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Bemessungswerte der Vorkrümmung $e_{0,d}/L$ für Biegedrillknicken (NA Deutschland).....	7
Tabelle 2: Teilsicherheitsbeiwerte γ_M nach Eurocode und verschiedenen Nationalen Anhängen.....	7
Tabelle 3: Werkstoffeigenschaften nach EC3.....	8
Tabelle 4: Repräsentative Querschnitte	8
Tabelle 5: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEM 200.....	10
Tabelle 6: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEM 400.....	11
Tabelle 7: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEB 200.....	12
Tabelle 8: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEB 450.....	13
Tabelle 9: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEA 400.....	14
Tabelle 10: Geometrische Ersatzimperfectionen: IPE 200.....	15
Tabelle 11: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEAA 600.....	16
Tabelle 12: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEM 650.....	17
Tabelle 13: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEB 650.....	18
Tabelle 14: Geometrische Ersatzimperfectionen: IPE 500.....	19
Tabelle 15: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEAA 1000.....	20
Tabelle 16: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,0$ und S235	21
Tabelle 17: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,1$ und S235	22
Tabelle 18: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,0$ und S355	23
Tabelle 19: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,1$ und S355	24
Tabelle 20: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1}=1,0$ und S235	25
Tabelle 21: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1}=1,1$ und S235	26
Tabelle 22: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1}=1,0$ und S355	27
Tabelle 23: Geometrische Ersatzimperfectionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1}=1,1$ und S355	28
Tabelle 24: Auswertung des Vergrößerungsfaktors α_T für $\gamma_{M1}=1,0$ und $\gamma_{M1}=1,1$ beim IPE 200	30
Tabelle 25: Traglasten nach FZT für Biegeknicken um die schwache Achse.....	45
Tabelle 26: Traglasten nach FZT für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung.....	48
Tabelle 27: Querschnittsauswahl für Traglasten-Vergleiche.....	52
Tabelle 28: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	53
Tabelle 29: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	54
Tabelle 30: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$	55
Tabelle 31: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	56
Tabelle 32: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	57
Tabelle 33: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$	58
Tabelle 34: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEB 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	59
Tabelle 35: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEB 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	60
Tabelle 36: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	61
Tabelle 37: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	62

Tabelle 38: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 63

Tabelle 39: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$ 64

Tabelle 40: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 65

Tabelle 41: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$ 66

Tabelle 42: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$ 67

Tabelle 43: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 650 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 68

Tabelle 44: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 650 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$ 69

Tabelle 45: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 650 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$ 70

Tabelle 46: Traglasten-Vergleich für den Bemessungsvorschlag: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 73

Tabelle 47: Traglasten-Vergleich für den Bemessungsvorschlag: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 74

Tabelle 48: Traglasten-Vergleich für den Bemessungsvorschlag: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 75

Tabelle 49: Querschnittswerte für Walzprofile (grau) und idealisierte Querschnitte (weiß)..... VI

Tabelle 50: Traglasten nach dem EIV: IPE 200, $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$, $\gamma_{MI} = 1,00$ IX

Tabelle 51: Einwirkungen für die Berechnung in RFEM: IPE 200, $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$, $\gamma_{MI} = 1,00$ XI

Tabelle 52: Traglasten nach der FZT aus RFEM: IPE 200, $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$, $\gamma_{MI} = 1,00$ XI

Abkürzungsverzeichnis

BGDK	Biegedrillknicken
BGK	Biegeknicken
EC	Eurocode
EIV	Ersatzimperfektionsverfahren
ESV	Ersatzstabverfahren
FEM	Finite Elemente Methode
FZT	Fließzonentheorie
NA	Nationaler Anhang
REI	Repräsentative Ersatzimperfektion

Einleitung

Bei Tragwerksberechnungen im Stahlbau nach Eurocode 3 (EC 3) können Stabilitätsnachweise mit drei verschiedenen Nachweisvarianten geführt werden:

- Berechnung nach der Fließzonentheorie (FZT)
- Ersatzimperfektionsverfahren (EIV)
- Ersatzstabverfahren (ESV)

Grundsätzlich sind bei der Tragwerksberechnung geeignete Ansätze zu wählen, um die Wirkung von Imperfektionen zu erfassen. Dabei sind insbesondere Eigenspannungen, resultierend aus dem Walzprozess, geometrische Imperfektionen, wie Abweichungen von der Geradheit, Fließgrenzenstreuungen und exzentrische Krafteinleitungen zu berücksichtigen. Tragwerksberechnungen nach der Fließzonentheorie (FZT) bilden das reale Tragverhalten bei Stabilitätsuntersuchungen am genauesten ab, da die Ausbreitung von Fließzonen und in den Profilen vorhandene Eigenspannungen unmittelbar berücksichtigt werden können. Bei der Systemmodellierung mit einem geeigneten EDV-Programm muss nur die real vorhandene geometrische Imperfektion angesetzt werden. Allerdings ist die Anwendung solcher Programme aufwendig und für die Interpretation der Ergebnisse sind weitreichende Erfahrungen notwendig, so dass solche Berechnungen für die Nachweispraxis ausscheiden. Beim Ersatzimperfektionsverfahren (EIV) können die Ausbreitung von Fließzonen und Eigenspannungen in den Profilen nicht direkt berücksichtigt werden. Aus diesem Grund sind stellvertretend äquivalente geometrische Ersatzimperfektionen anzusetzen, welche die möglichen Wirkungen aller Imperfektionen abdecken sollen. Die Systemberechnung erfolgt nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung. In diesem Beitrag wird eine Vorgehensweise gezeigt, die den Ansatz genauer repräsentativer Ersatzimperfektionen bei biegedrillknickgefährdeten Einfeldträgern ermöglicht. Diese werden den Angaben im Eurocode 3 und im Deutschen Nationalen Anhang (NA) gegenüber gestellt. Bei Untersuchungen des Stabilitätsfalls Biegeknicken stellt WAGENKNECHT in [31] fest, dass nach dem Ersatzimperfektionsverfahren berechnete Traglastkurven vor allem bei Querschnitten mit einer großen plastischen Reserve ($\alpha_{pl} > 1,25$) in weiten Bereichen auf der unsicheren Seite gegenüber Traglastberechnungen nach der Fließzonentheorie liegen. Es soll in dieser Arbeit überprüft werden, ob solche Abweichungen auch beim Stabilitätsfall Biegedrillknicken auftreten. Hierzu werden unter Berücksichtigung der repräsentativen Ersatzimperfektionen Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung mit parabelförmigen Momentenverläufen berechnet. Außerdem werden Vergleichskurven mit dem FEM-Programm RFEM für ausgewählte Fälle nach der Fließzonentheorie ermittelt. Resultierend aus dem Vergleich beider Traglastkurven wird abschließend ein Vorschlag für eine sichere Nachweisführung mit dem Ersatzimperfektionsverfahren formuliert.

1. Geometrische Ersatzimperfectionen für Biegedrillknicken

1.1 Allgemeines

Beim Nachweis stabilitätsgefährdeter Träger mit dem Ersatzimperfectionsverfahren können die Ausbreitung von Fließzonen und Eigenspannungen in den Profilen nicht direkt berücksichtigt werden. Deshalb sind äquivalente geometrische Ersatzimperfectionen anzusetzen, deren Werte die möglichen Wirkungen aller Imperfectionen abdecken sollen. Diese geometrischen Ersatzimperfectionen führen zu zusätzlichen Schnittgrößen und Beanspruchungen im Träger. Sie sind in ungünstiger Richtung so anzusetzen, dass sie möglichst affin zur ersten Eigenform des Systems verlaufen. Für den Nachweis einzelner Träger ist eine Vorkrümmung mit der Form einer Sinus-Halbwellen oder einer quadratischen Parabel ausreichend genau. Die Parabel hat den Vorteil, dass als Ersatzbelastung eine Gleichstreckenlast verwendet werden kann. Sie wird bei allen weiteren Untersuchungen dieses Beitrags verwendet. Beim Biegedrillknicken des gabelgelagerten Einfeldträgers ist nach Eurocode 3 [7] eine Vorkrümmung in y -Richtung zu berücksichtigen. Das Ansetzen einer zusätzlichen Torsionsverdrehung ist in der Regel nicht erforderlich, weil infolge der Vorkrümmung in y -Richtung bereits Torsionsbeanspruchungen im System entstehen.

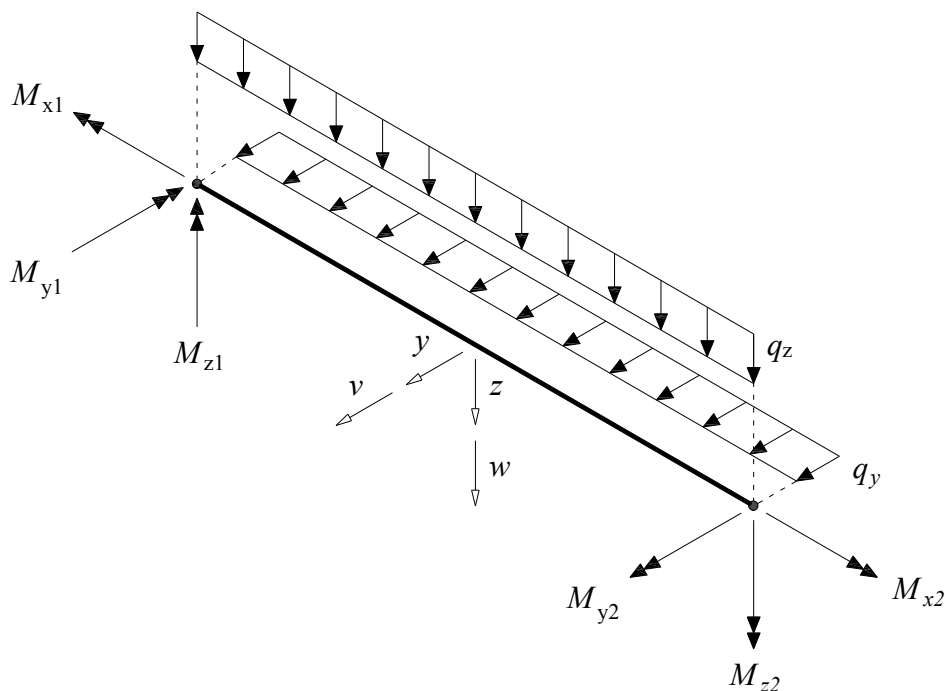


Abb. 1: Richtungsfestlegungen am Stab für alle weiteren Untersuchungen

1.2 Repräsentative Ersatzimperfectionen

In dieser Arbeit wird das Tragverhalten von Einfeldträgern bei Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung – resultierend aus Gleichstreckenlasten in y - und in z -Richtung – untersucht. Die für die Berechnung mit dem Ersatzimperfectionsverfahren anzusetzende repräsentative geometrische Ersatzimperfection (REI) soll dabei so gewählt werden, dass die Traglast für einachsige Biegung um die y -Achse der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rd}$ nach dem Ersatzstabverfahren (ESV) gemäß [7] entspricht. Auf diese Weise erfolgt eine Kalibrierung an den Europäischen Biegedrillknicklinien. Der Stich $v_{0,d}$ der Vorkrümmung in y -Richtung muss iterativ ermittelt werden. Hierzu wird zunächst die Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rd}$ für gewalzte Querschnitte mit den Gleichungen (1) bis (13) berechnet. Dabei wird eine Gleichstreckenlast in z -Richtung angesetzt, die am Obergurt angreift, so dass am verformten System ein zusätzliches Moment um den Schubmittelpunkt mit destabilisierender Wirkung entsteht. Der Nachweis mit dem Ersatzstabverfahren erfasst die Wirkungen aller Imperfectionen indirekt in den Gleichungen für die Beanspruchbarkeit, so dass bei der Ermittlung der Schnittgrößen keine Imperfectionen angesetzt werden müssen.

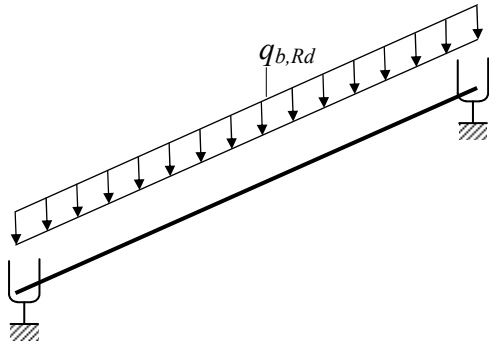


Abb. 2: Idealer Einfeldträger für das ESV

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{cr}^2} \quad (1)$$

$$c^2 = \frac{I_\omega + 0,039 \cdot L^2 \cdot I_T}{I_z} \quad \text{mit } I_\omega \text{ und } I_T \text{ nach Anhang A} \quad (2)$$

$$M_{cr} = \zeta \cdot N_{cr,z} \cdot \left(\sqrt{c^2 + 0,25 \cdot z_p^2} + 0,5 \cdot z_p \right) \quad (3)$$

$$\zeta = 1,12 \quad (\text{Momentenbeiwert aus [29]}) \quad (4)$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad \text{mit } W_{pl,y} \text{ nach Anhang A} \quad (5)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (6)$$

mit α_{LT} für die entsprechende Biegedrillknicklinie

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4 \text{ und } \beta = 0,75 \text{ gemäß Empfehlungen in [7]} \quad (7)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (8)$$

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \leq 1,0 \quad (9)$$

$$k_c = 0,94 \text{ (Korrekturbeiwert in [7])} \quad (10)$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1,00 \quad (11)$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M1} \text{ mit } W_{pl,y} \text{ nach Anhang A} \quad (12)$$

$$q_{b,Rd} = \frac{M_{b,Rd}}{L^2} \cdot 8 \quad (13)$$

Wenn keine Vorkrümmung vorhanden ist, kann bei der Berechnung des Systems in Abb. 2 nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung der Bemessungswert der plastischen Momententragsfähigkeit $M_{pl,y,Rd}$ vollständig aufgenommen werden. Durch die Einführung einer Vorkrümmung in y -Richtung mit dem Stich $v_{0,d}$ entstehen allerdings in Feldmitte neben M_y jetzt auch die Schnittgrößen M_z und M_ω , so dass um die y -Achse nur noch ein Moment aufgenommen werden kann, das kleiner als $M_{pl,y,Rd}$ ist.

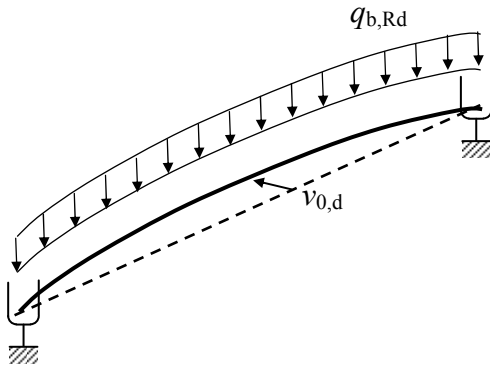


Abb. 3: Vorgekrümmter Einfeldträger für das EIV

Die repräsentative geometrische Ersatzimperfection wird iterativ bestimmt und ist dann gefunden, wenn M_z und M_ω genau so groß sind, dass gerade noch der Bemessungswert der Momententragsfähigkeit bei Biegedrillknicken $M_{b,Rd}$ aufgenommen, bzw. die zugehörige Gleichstreckenlast $q_{b,Rd}$ aufgebracht werden kann. Auf diese Weise erfolgt eine Kalibrierung an den Europäischen Biegedrillknicklinien. Die Berechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung erfolgt mit dem EDV-Programm KSTAB, das der Lehrstuhl für Stahl- und Verbundbau der Ruhr-Universität-Bochum für Lern- und Lehrzwecke kostenlos zur Verfügung stellt. KSTAB berücksichtigt, dass die Verdrehung

üblicherweise bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung auf 0,3 rad begrenzt wird. Bis dahin gelten die Näherungen der trigonometrischen Funktionen ($\cos \vartheta = 1$ und $\sin \vartheta = \vartheta$) als ausreichend genau. Auch aus Gebrauchstauglichkeitsüberlegungen erscheint diese Begrenzung sinnvoll, da eine Verdrehung um 0,3 rad bereits 17,2° entspricht.

Es ist zu beachten, dass die repräsentative Ersatzimperfection maßgeblich von der gewählten Interaktionsbeziehung für die Nachweisschnittgrößen abhängig ist. In KSTAB ist das Teilschnittgrößenverfahren (TSV) aus [17] implementiert. Die Berechnung der Schnittgrößen nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung erfolgt in KSTAB mit Querschnittswerten für Walzprofile unter Berücksichtigung der Ausrundungen. Dahingegen werden die Beanspruchbarkeiten – mit dem implementierten Teilschnittgrößenverfahren – für einen 3-Blechquerschnitt berechnet (vgl. Abb. 4). Der Steg wird dabei bis zu den Gurtmittellinien geführt (Überlappungsmodell), um die Walzausrundungen näherungsweise zu berücksichtigen.

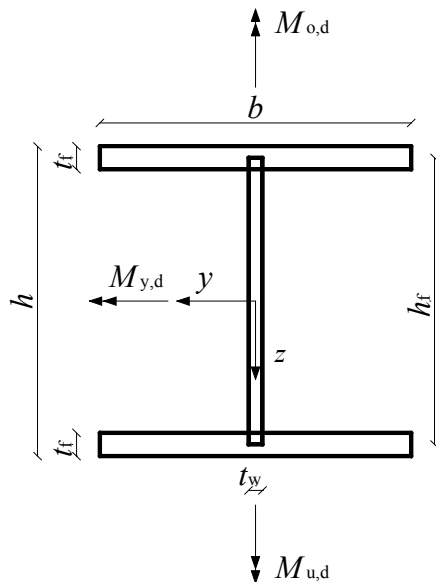


Abb. 4: Idealisierter Querschnitt für das TSV

In Feldmitte des untersuchten Systems in Abb. 3 ist $N=0$ und $V_z=0$. Somit ergeben sich für die Interaktionsbeziehung nach dem Teilschnittgrößenverfahren folgende Nachweisbedingungen:

$$|M_{o,d}| \leq M_{pl,o,d} = \frac{t_f \cdot b^2 \cdot f_y}{4 \cdot \gamma_M} \quad \text{mit } M_{o,d} = \frac{M_{z,d}}{2} - \frac{M_{\omega,d}}{h_f} \quad (14)$$

$$|M_{u,d}| \leq M_{pl,u,d} = \frac{t_f \cdot b^2 \cdot f_y}{4 \cdot \gamma_M} \quad \text{mit } M_{u,d} = \frac{M_{z,d}}{2} + \frac{M_{\omega,d}}{h_f} \quad (15)$$

$$|M_{y,d}| \leq M_{pl,y,d,red} \quad \text{mit } M_{pl,y,d,red} = \frac{W_{pl,y,red} \cdot f_y}{\gamma_M} \quad (16)$$

$$W_{pl,y,red} = t_f \cdot \left[b_o \cdot \left(\frac{h_f}{2} + e_h \right) + b_u \cdot \left(\frac{h_f}{2} - e_h \right) \right] + t_w \cdot \left(\frac{h_f^2}{4} + e_h^2 \right) \quad (17)$$

$$e_h = \frac{b_u - b_o}{2} \cdot \frac{t_f}{t_w} \leq \frac{h}{2} - t_f \quad (\text{plastisch neutrale Achse}) \quad (18)$$

$$b_o = b \cdot \sqrt{1 - \frac{|M_{o,d}|}{M_{pl,o,d}}} \quad \text{und} \quad b_u = b \cdot \sqrt{1 - \frac{|M_{u,d}|}{M_{pl,u,d}}} \quad (19)$$

Der Quotient aus dem Stich der Vorkrümmung und der Stablänge ($j = v_{0,d} / L$) ist abhängig von

- der Biegedrillknicklinie,
- dem Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{LT}$,
- der Referenzbiegesteifigkeit EI ,
- der gewählten Schnittgrößen-Interaktion,
- dem Teilsicherheitsbeiwert γ_{M1}
- und der Stahlgüte.

Diese Abhängigkeiten zeigen sehr deutlich, dass es schwierig ist, den Bemessungswert der Vorkrümmung festzulegen. In den Normen gibt es viele unterschiedliche Festlegungen. Im Eurocode 4 werden beispielsweise für den Nachweis von Verbundstützen die Referenzbiegesteifigkeit EI und das vollplastische Biegemoment jeweils auf den 0,9-fachen Wert reduziert. Die Bemessungswerte der Vorkrümmung für die einzelnen Biegedrillknicklinien sollten so gewählt werden, dass die Abhängigkeit von der Schlankheit sicher abgedeckt ist. Die Überschreitung gegenüber Traglastberechnungen nach der Fließzonentheorie sollte maximal fünf Prozent betragen.

1.3 Ersatzimperfection nach Eurocode 3 und dem Deutschen Nationalen Anhang

Die anzusetzenden Ersatzimperfectionen für den Nachweis des Biegedrillknickens mit planmäßiger Torsion sowie mit und ohne Normalkraft sind in EN 1993-1-1, 5.3.4(3) geregelt. Die Imperfection für Biegedrillknicken darf mit $k \cdot e_{0,d}$ angenommen werden, wobei $e_{0,d}$ der Stich der äquivalenten Vorkrümmung um die schwache Achse des Profils ist und in Abhängigkeit von der entsprechenden Biegedrillknicklinie für Walzprofile bestimmt wird. Im Eurocode 3 wird der Wert $k=0,5$ empfohlen, der auch vom Österreichischen NA übernommen wurde. Diese Regelung darf nach dem Deutschen NA jedoch nicht angewendet werden. Im Deutschen NA sind differenzierte Regelungen angegeben, die in Tabelle 1 dargestellt sind.

Tabelle 1: Bemessungswerte der Vorkrümmung $e_{0,d}/L$ für Biegedrillknicken (NA Deutschland)

Querschnitt	Abmessungen	NA Deutschland	
		elastische Querschnittsausnutzung	plastische Querschnittsausnutzung
gewalzte I-und H-Profile	$h/b \leq 2$	1/500	1/400
	$h/b > 2$	1/400	1/300
geschweißte I-Profile	$h/b \leq 2$	1/400	1/300
	$h/b > 2$	1/300	1/200
Die Werte sind im Bereich $0,7 \leq \bar{\lambda}_{LT} \leq 1,3$ zu verdoppeln			

1.4 Teilsicherheitsbeiwerte nach Eurocode 3 und dem Deutschen Nationalen Anhang

In der folgenden Tabelle 2 sind die Teilsicherheitsbeiwerte γ_M des Eurocodes 3 (Empfehlungen) und die besonderen Bestimmungen der Nationalen Anhänge einzelner Länder angegeben. Änderungen im NA Deutschland gegenüber den Empfehlungen des Eurocodes 3 sind hier besonders hervorgehoben und grau angelegt.

Tabelle 2: Teilsicherheitsbeiwerte γ_M nach Eurocode und verschiedenen Nationalen Anhängen

Teilsicherheitsbeiwert	EC 3	NA Deutschland	NA Österreich	NA Schweiz	NA UK
γ_{M0}	1,00	1,00	1,00	1,05	1,00
γ_{M1}	1,00	1,10	1,00	1,05	1,00
γ_{M2}	1,25	1,25	1,25	1,25	1,10

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_{M0} gilt für Tragsicherheitsnachweise von Querschnitten, wenn kein Stabilitätsversagen wie Biegeknicken oder Biegedrillknicken vorliegt. Dahingegen gilt der Teilsicherheitsbeiwert γ_{M1} für Tragsicherheitsnachweise, wenn Stabilitätsversagen der Bauteile vorliegt. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_{M1} gilt damit auch für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts, wenn der Tragsicherheitsnachweis stabilitätsgefährdeter Bauteile mit geometrischen Ersatzimperfectionen anstatt mit dem Ersatzstabverfahren erfolgt. Die Referenzbiegesteifigkeit ist bei Berechnungen mit dem Ersatzimperfectionsverfahren für die Berechnung nach Theorie II. Ordnung anzunehmen. Gemäß Eurocode 3 ist von den charakteristischen Referenzbiegesteifigkeiten auszugehen. Dies bedeutet, dass die charakteristischen Werte der Steifigkeiten nach Eurocode 3 nicht – wie in der DIN 18800-2 [6] – durch den Teilsicherheitsbeiwert dividiert werden.

1.5 Werkstoffeigenschaften nach Eurocode 3

Tabelle 3: Werkstoffeigenschaften nach EC3

Stahlsorte	f_y	E	G	ν	α
	[kN/cm ²]	[kN/cm ²]	[kN/cm ²]	[-]	[K ⁻¹]
S235	23,5	21000	8100	0,3	12 x 10 ⁻⁶
S355	35,5				

1.6 Repräsentative Querschnitte

Es sollen die repräsentativen geometrischen Ersatzimperfectionen für einzelne repräsentative Querschnitte der Biegedrillknicklinien b und c für verschiedene Stahlgüten und Teilsicherheitsbeiwerte untersucht werden. Dazu wird das in Abschnitt 1.2 vorgestellte Berechnungsverfahren verwendet. Darüber hinaus werden die geometrischen Ersatzimperfectionen nach Eurocode 3 und nach dem Deutschen Nationalen Anhang bestimmt. Diese werden mit den repräsentativen Ersatzimperfectionen verglichen. Die nachfolgende Tabelle zeigt die gewählten repräsentativen Querschnitte.

Tabelle 4: Repräsentative Querschnitte

Profil	I_y/I_T	h/b	Biegedrillknicklinie	Stahlgüte		Teilsicherheitsbeiwert	
HEM 200	41	1,07	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEM 400	68	1,41	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEB 200	96	1,00	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEB 450	178	1,50	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEA 400	235	1,41	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
IPE 200	284	2,00	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEAA 600	613	1,90	b	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEM 650	177	2,19	c	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEB 650	280	2,17	c	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
IPE 500	544	2,50	c	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$
HEAA 1000	1007	3,23	c	S235	S355	$\gamma_{M1} = 1,0$	$\gamma_{M1} = 1,1$

Für die ausgewählten repräsentativen Querschnitte werden die repräsentativen Ersatzimperfectionen aller Schlankheitsgrade für Biegedrillknicken zwischen 0,6 und 1,6 bestimmt. Dabei ist zu beachten, dass für kleine Schlankheitsgrade oftmals die Querkrafttragfähigkeit am Auflager der maßgebende Versagensfall ist und die Biegedrillknickgefahr des Trägers als gering einzuschätzen

ist. Diese Fälle wurden trotzdem untersucht und die repräsentative Ersatzimperfection so gewählt, dass die Querschnittsausnutzung in Feldmitte = 1,00 beträgt (vgl. Abb. 5). In den Auswertungen in Abschnitt 1.7 sind solche Fälle **hellblau** markiert. In KSTAB erfolgt der Nachweis der Querkrafttragfähigkeit nach dem Teilschnittgrößenverfahren gemäß Gleichung (20).

$$V_{p1,z,d} = \frac{h_f \cdot t_w \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_M} \quad (20)$$

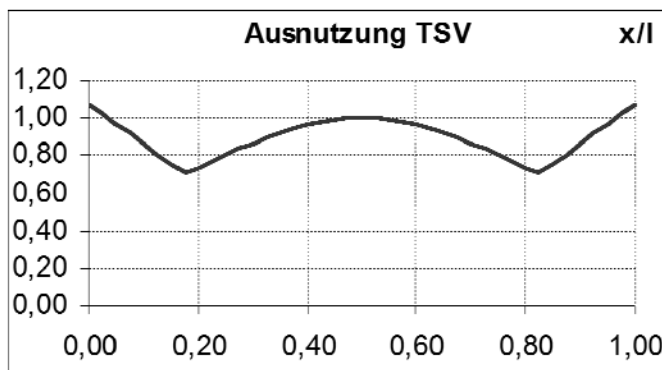


Abb. 5: Querkraftversagen am Auflager (KSTAB)

Für große Schlankheitsgrade überschreitet die Verdrehung 0,3 rad und die Näherungen der trigonometrischen Funktionen ($\cos \vartheta = 1$ und $\sin \vartheta = \vartheta$) sind nicht mehr genau. Der Vollständigkeit halber werden solche Fälle auch berechnet. Dies ist mit dem EDV-Programm KSTAB-FZ möglich, da hier die Verdrehungen nicht begrenzt werden. Die entsprechenden Fälle werden in den Auswertungen in Abschnitt 1.7 **grün** markiert.

1.7 Diagramme für geometrische Ersatzimperfectionen

Tabelle 5: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEM 200

HEM 200		Repräsentative Ersatzimperfectionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	92	74	70	69	72	79	90	108	135	180	259
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	88	66	59	56	56	56	58	60	62	64	64
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	118	76	70	69	72	79	90	107	134	177	252
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	113	68	60	57	56	57	58	60	62	64	65

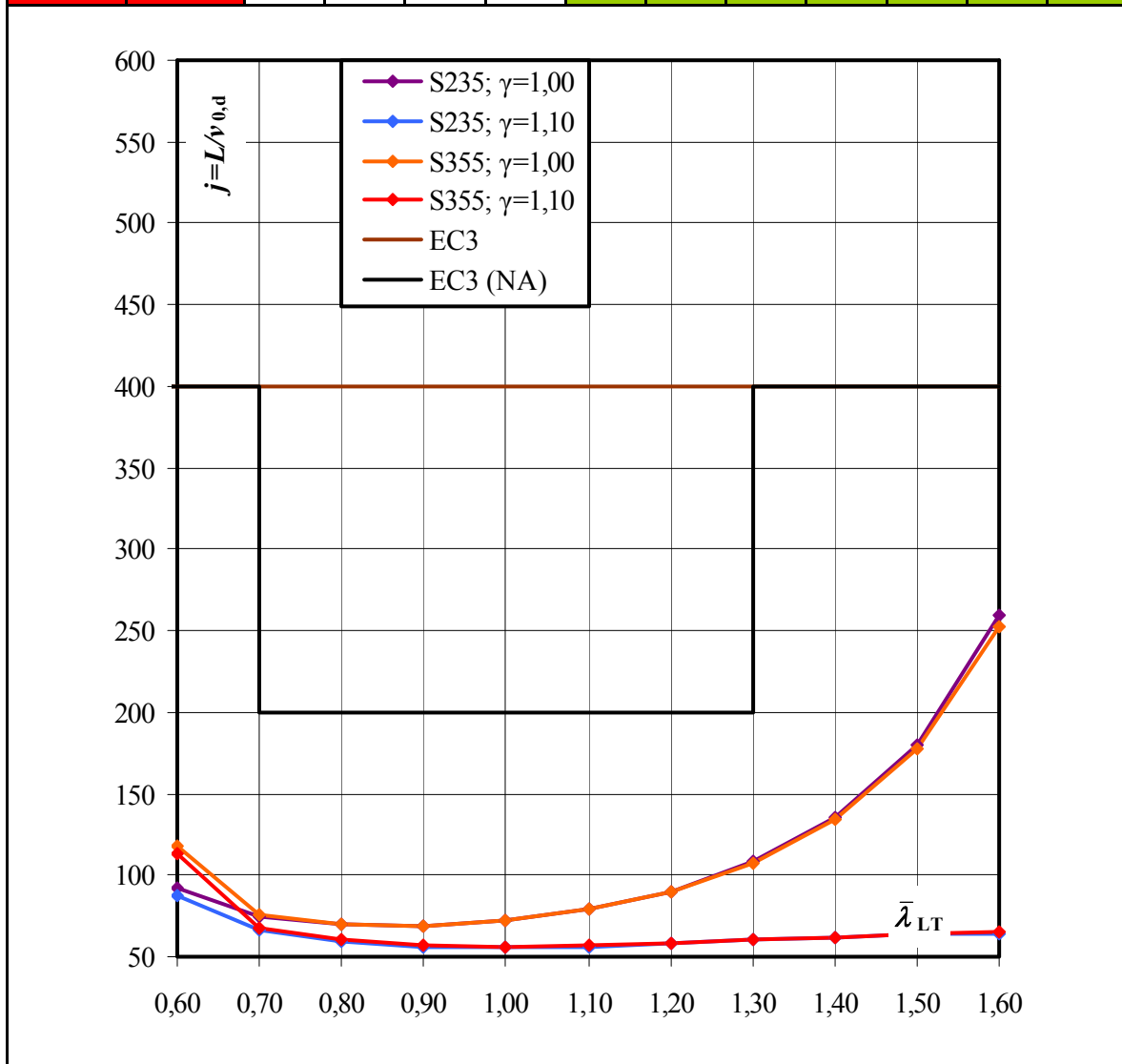


Tabelle 6: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEM 400

HEM 400		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	160	98	90	89	94	103	118	141	177	237	343
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	154	91	78	74	73	74	76	79	82	85	85
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	181	114	92	91	95	104	118	141	176	232	329
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	176	107	81	76	75	76	77	80	83	85	86

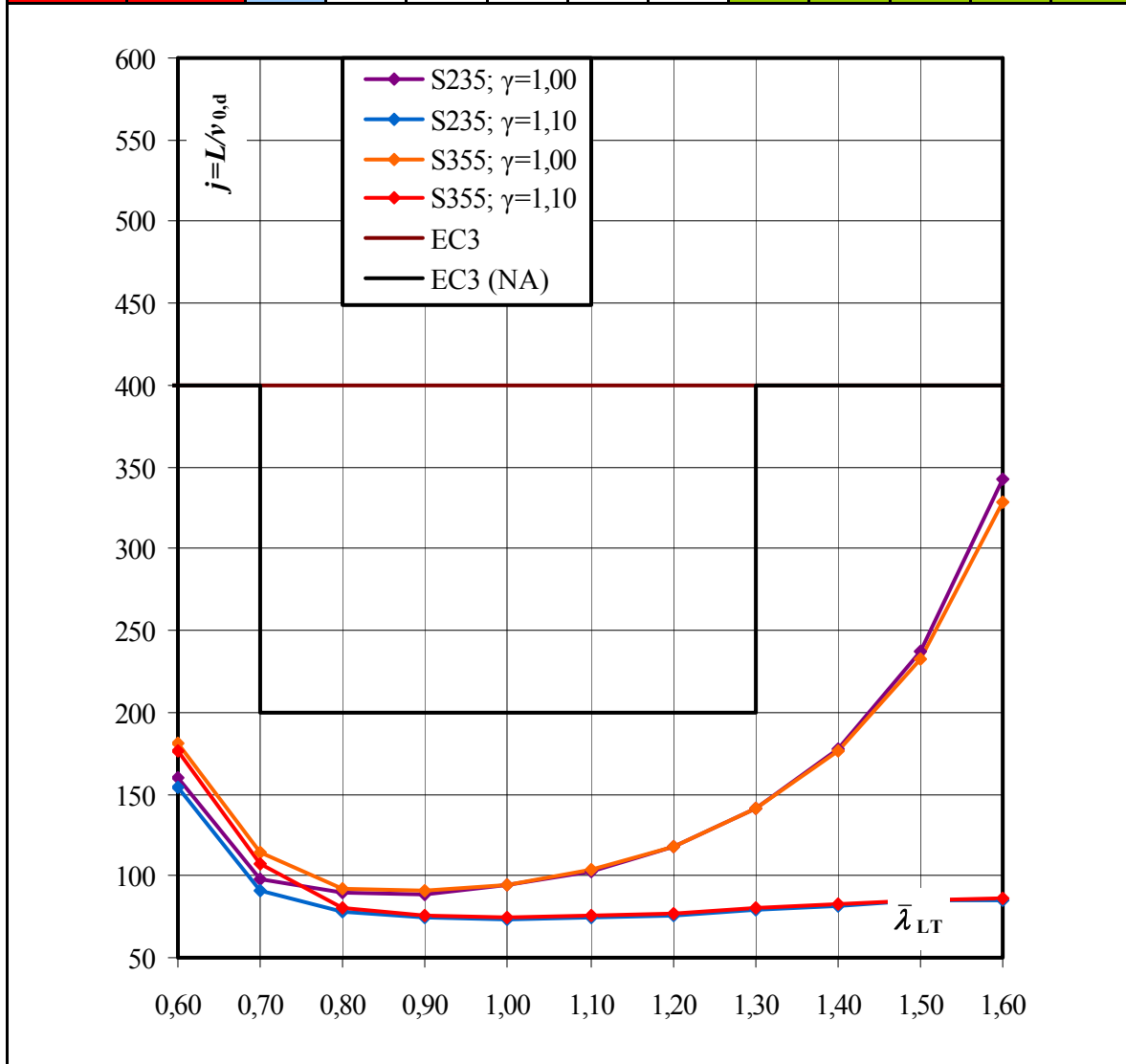


Tabelle 7: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEB 200

HEB 200		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	331	164	125	119	122	130	146	173	215	285	408
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	321	154	109	99	95	94	95	98	101	103	104
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	345	180	132	121	123	132	148	174	214	278	386
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	336	169	120	102	98	97	98	100	103	105	106

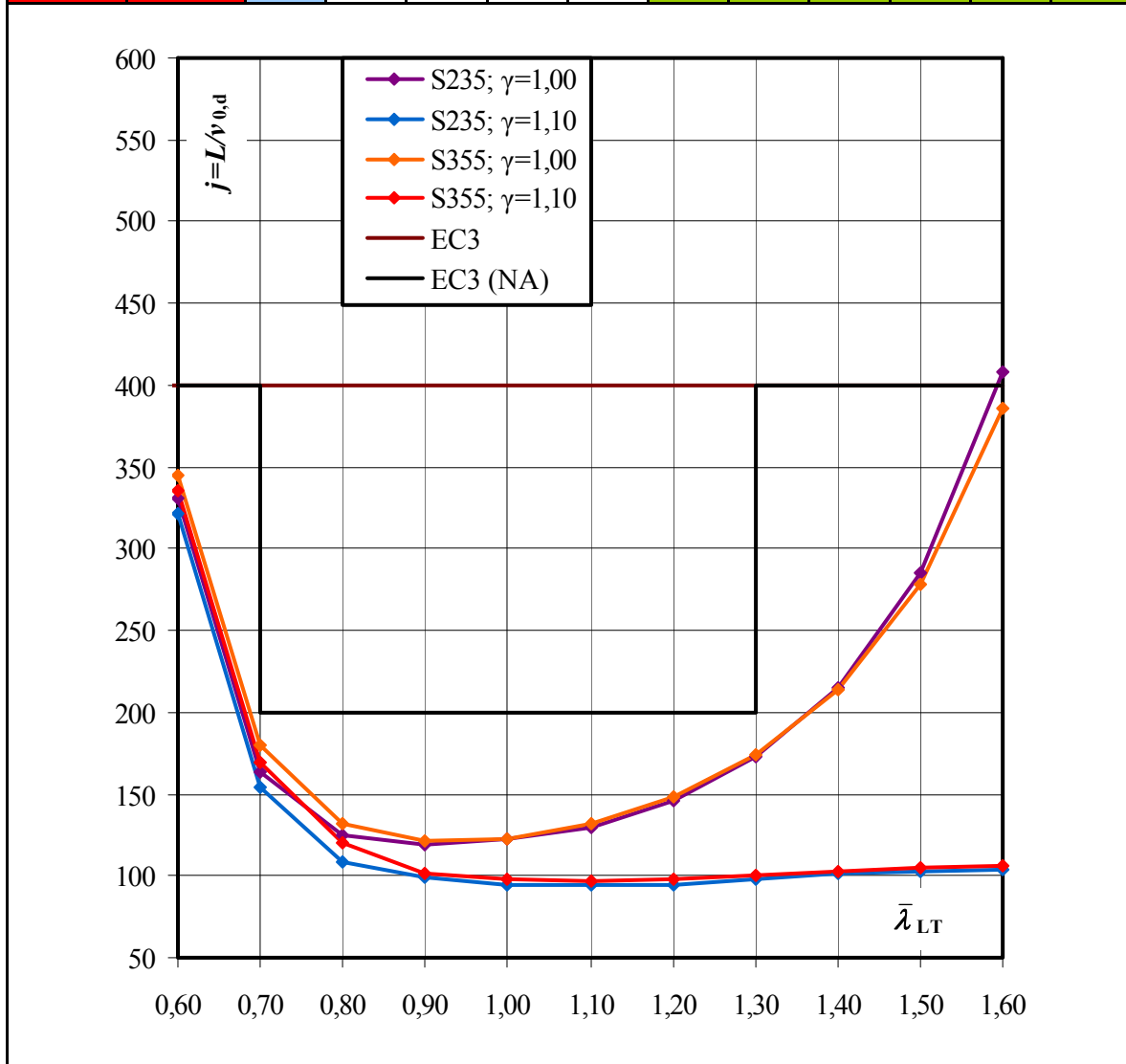


Tabelle 8: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEB 450

HEB 450		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	412	232	175	157	163	177	201	237	292	380	526
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	393	219	160	136	130	131	134	138	143	146	148
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	376	221	173	158	160	175	200	236	287	364	485
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	360	210	158	137	131	132	136	141	146	149	151

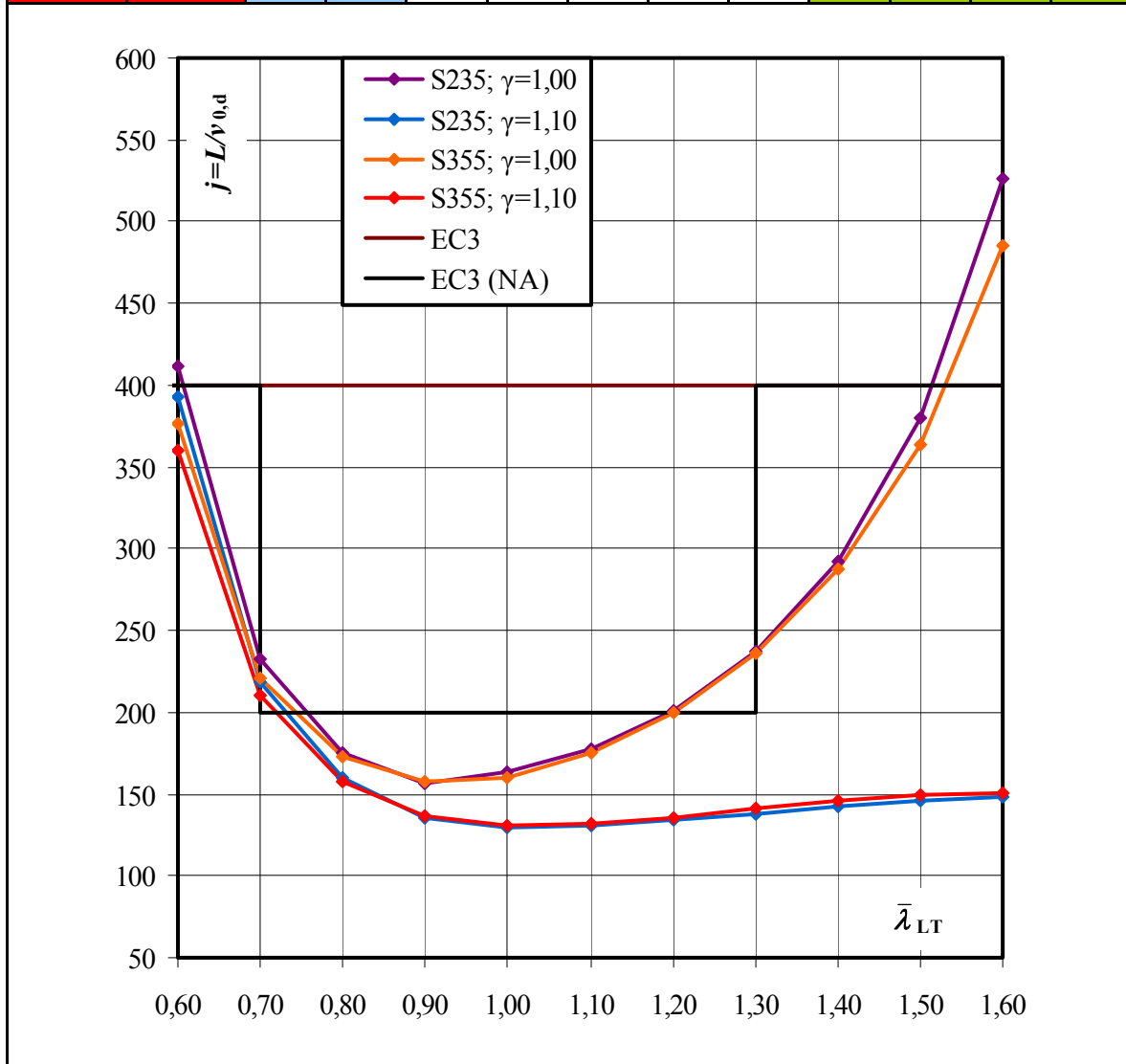


Tabelle 9: Geometrische Ersatzimperfectionen: HEA 400

HEA 400		Repräsentative Ersatzimperfectionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	656	307	221	193	192	210	237	277	338	432	582
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	646	290	202	168	156	157	160	165	169	173	174
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	584	283	208	186	186	202	231	271	328	410	531
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	564	267	191	162	153	154	159	165	171	175	176

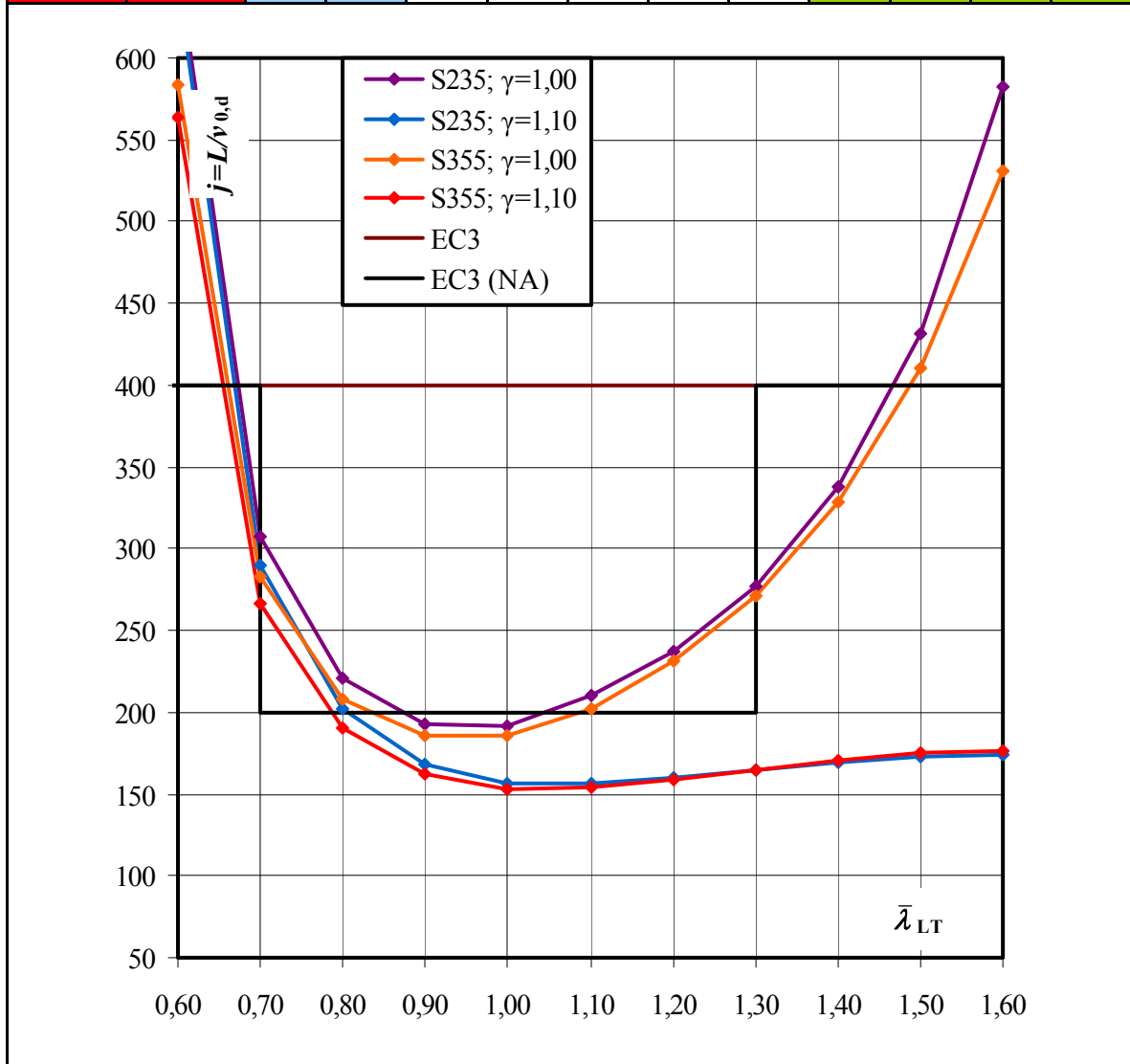


Tabelle 10: Geometrische Ersatzimperfektionen: IPE 200

IPE 200		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{o,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	734	322	230	201	200	220	255	306	379	485	651
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	694	305	211	176	164	165	173	183	192	201	205
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	623	287	212	188	189	208	241	291	360	457	591
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	604	274	195	165	157	159	167	179	191	200	206

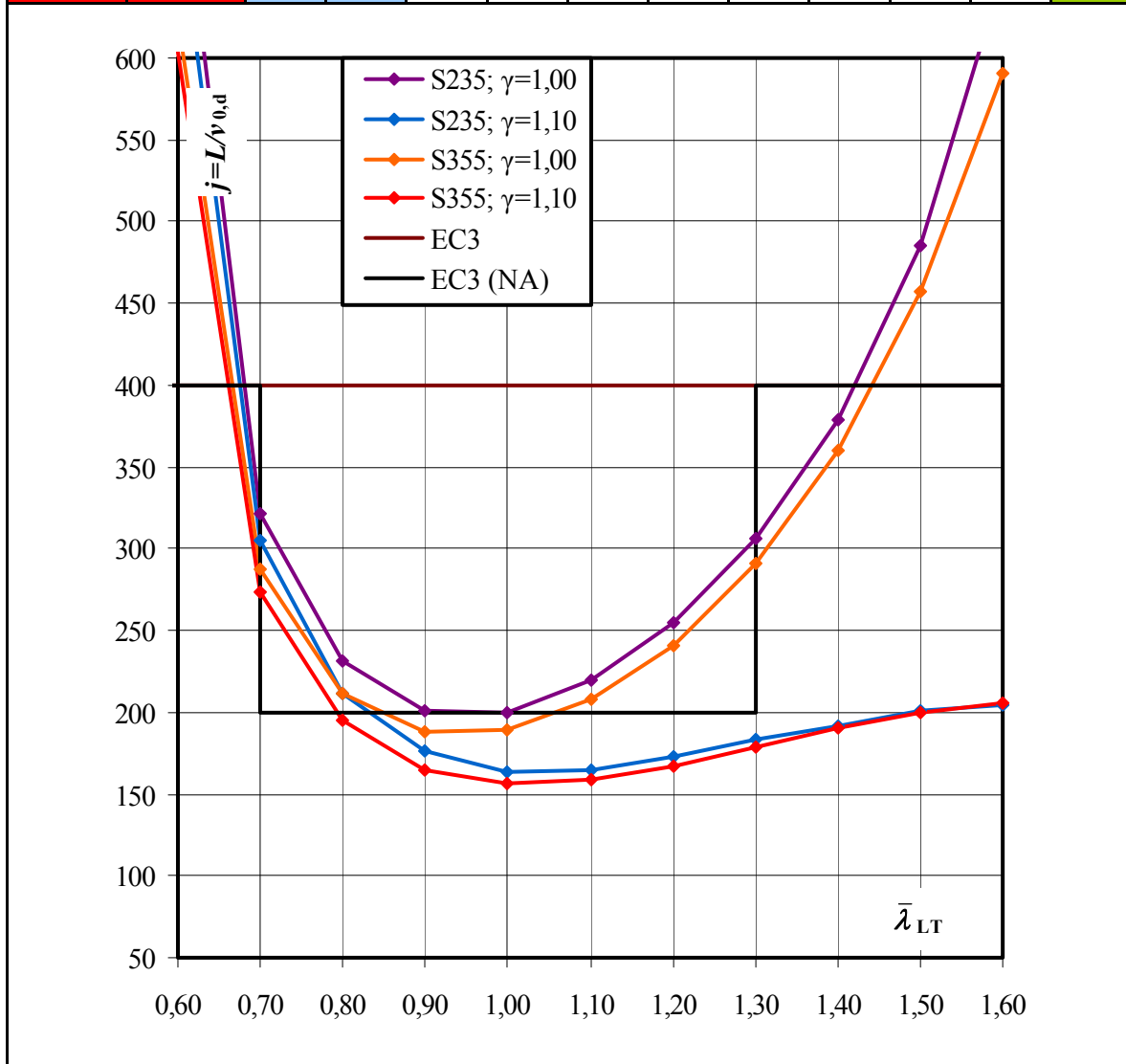


Tabelle 11: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEAA 600

HEAA 600		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	878	381	281	252	256	283	332	405	507	642	817
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	831	361	258	222	212	218	233	253	274	292	302
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	715	321	241	218	223	248	292	358	449	567	714
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	689	307	222	192	186	192	206	226	248	267	279

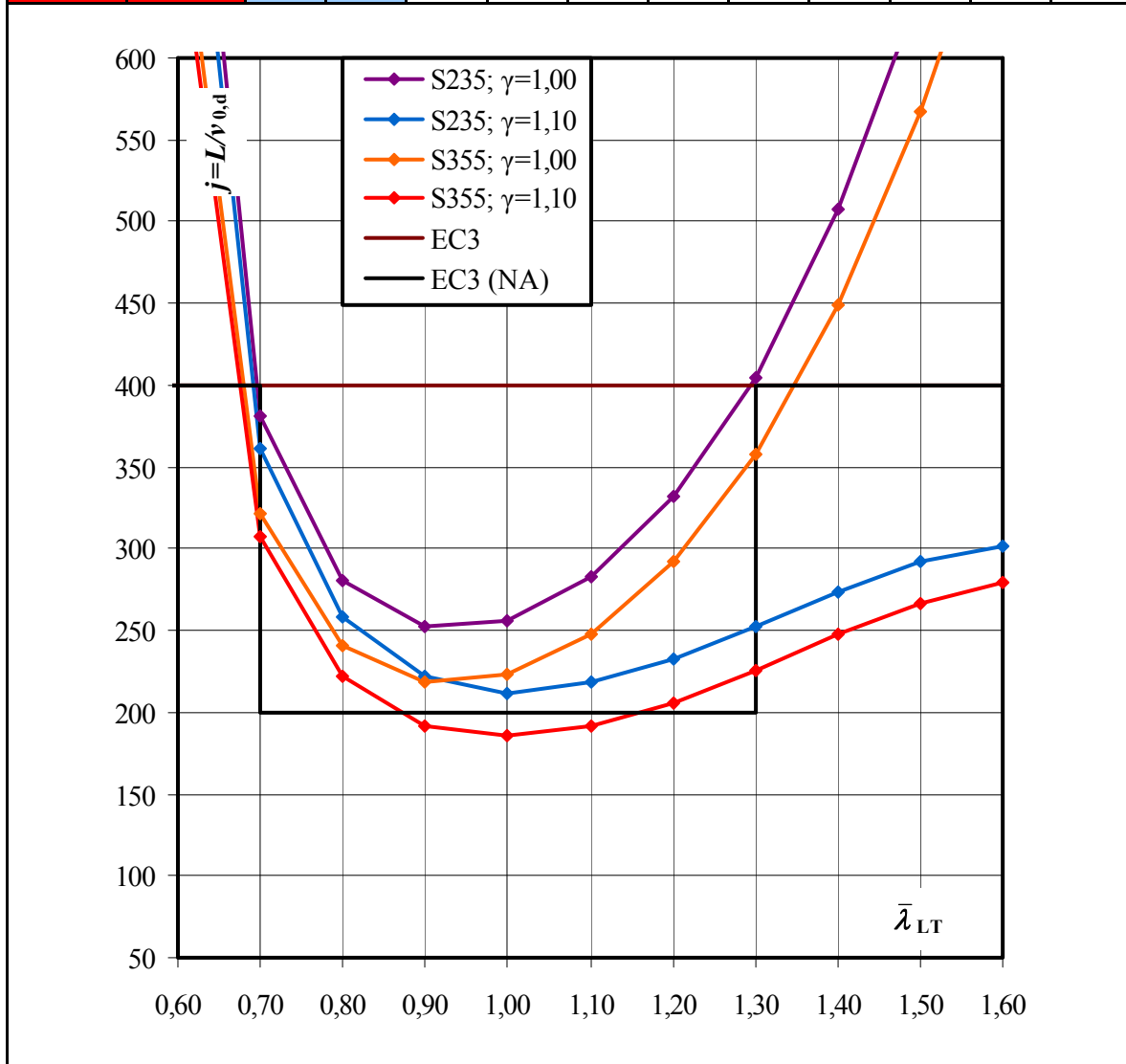


Tabelle 12: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEM 650

HEM 650		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	188	133	110	102	102	106	112	119	127	136	144
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	182	126	101	90	86	85	85	85	85	84	83
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	171	126	108	102	103	107	114	122	131	139	147
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	167	119	99	90	87	87	88	89	89	88	86

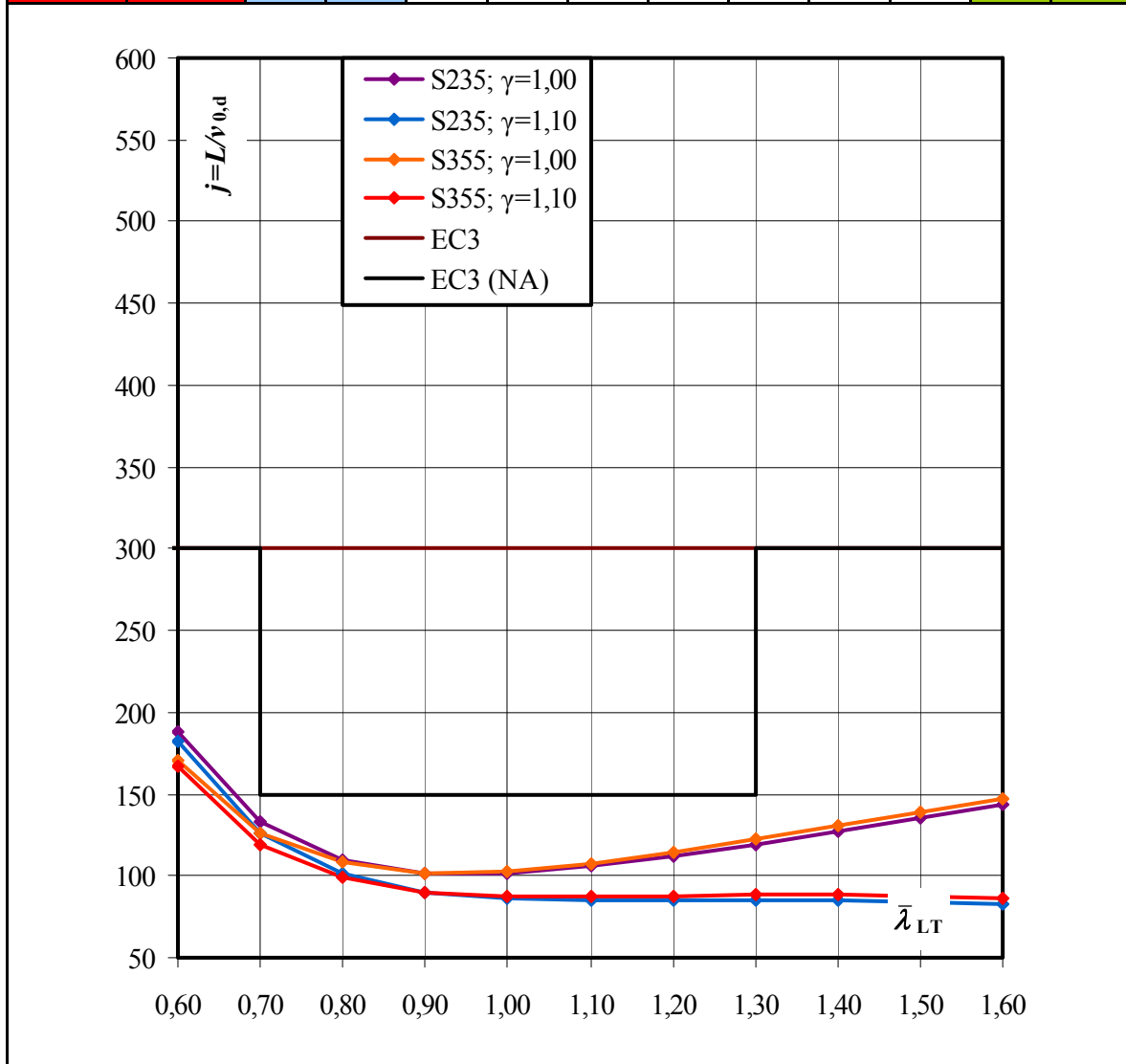


Tabelle 13: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEB 650

HEB 650		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{o,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	241	167	140	131	131	136	145	155	166	177	186
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	232	159	129	116	111	111	112	112	113	112	110
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	211	149	128	122	124	131	141	153	165	177	186
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	204	143	119	109	106	107	110	112	114	114	113

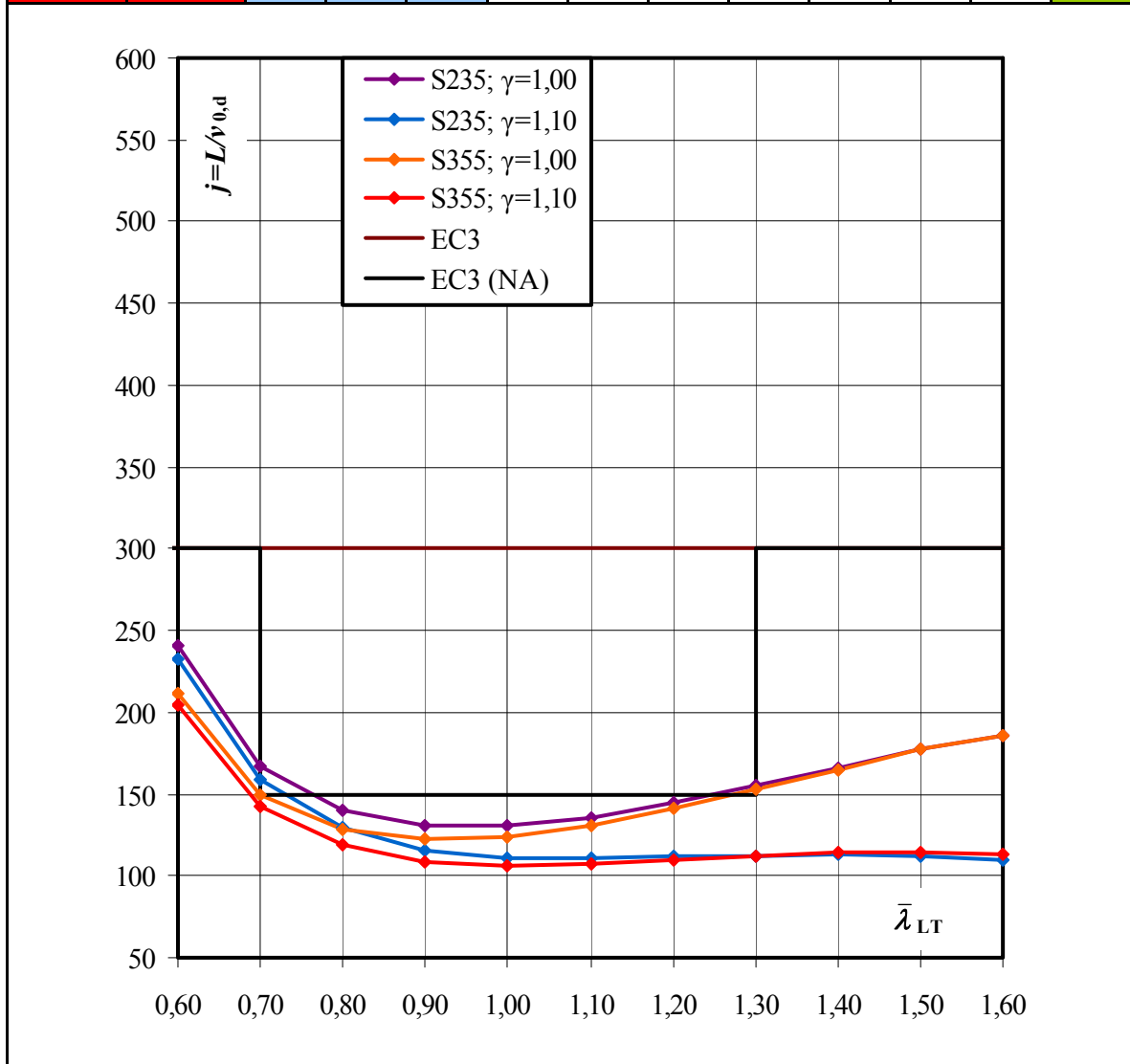


Tabelle 14: Geometrische Ersatzimperfektionen: IPE 500

IPE 500		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	316	206	171	162	165	178	196	218	240	259	274
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	308	196	159	145	142	146	153	161	166	169	168
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	264	175	148	141	145	157	175	197	219	239	256
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	256	167	137	126	125	129	137	146	154	158	160

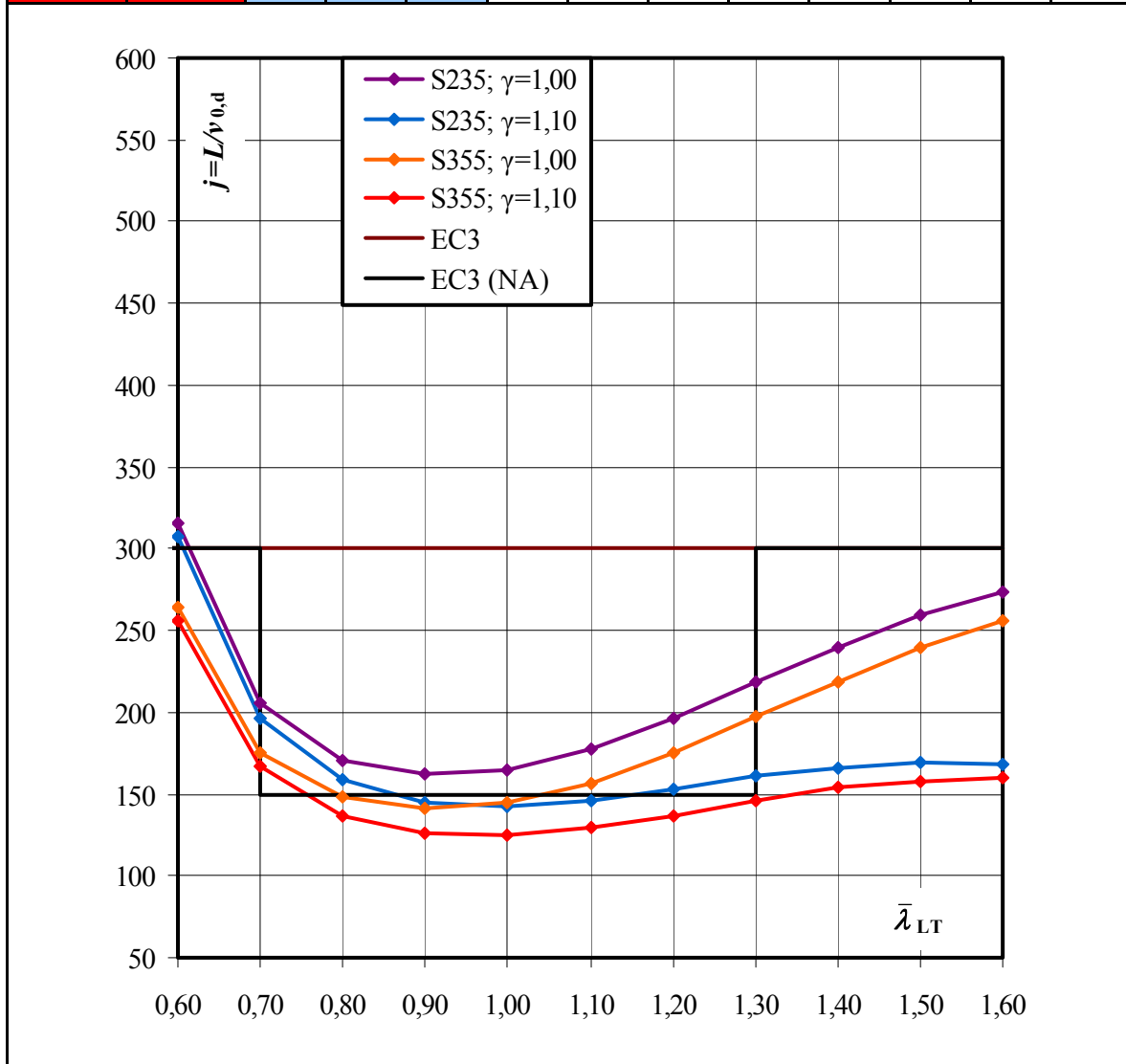


Tabelle 15: Geometrische Ersatzimperfektionen: HEAA 1000

HEAA 1000		Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	304	206	177	173	184	208	240	273	306	336	361
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	295	196	164	155	158	171	189	204	215	223	227
S355	$\gamma_{M1}=1,0$	252	172	148	145	155	176	205	235	264	292	316
S355	$\gamma_{M1}=1,1$	245	164	138	131	134	145	161	175	187	195	200

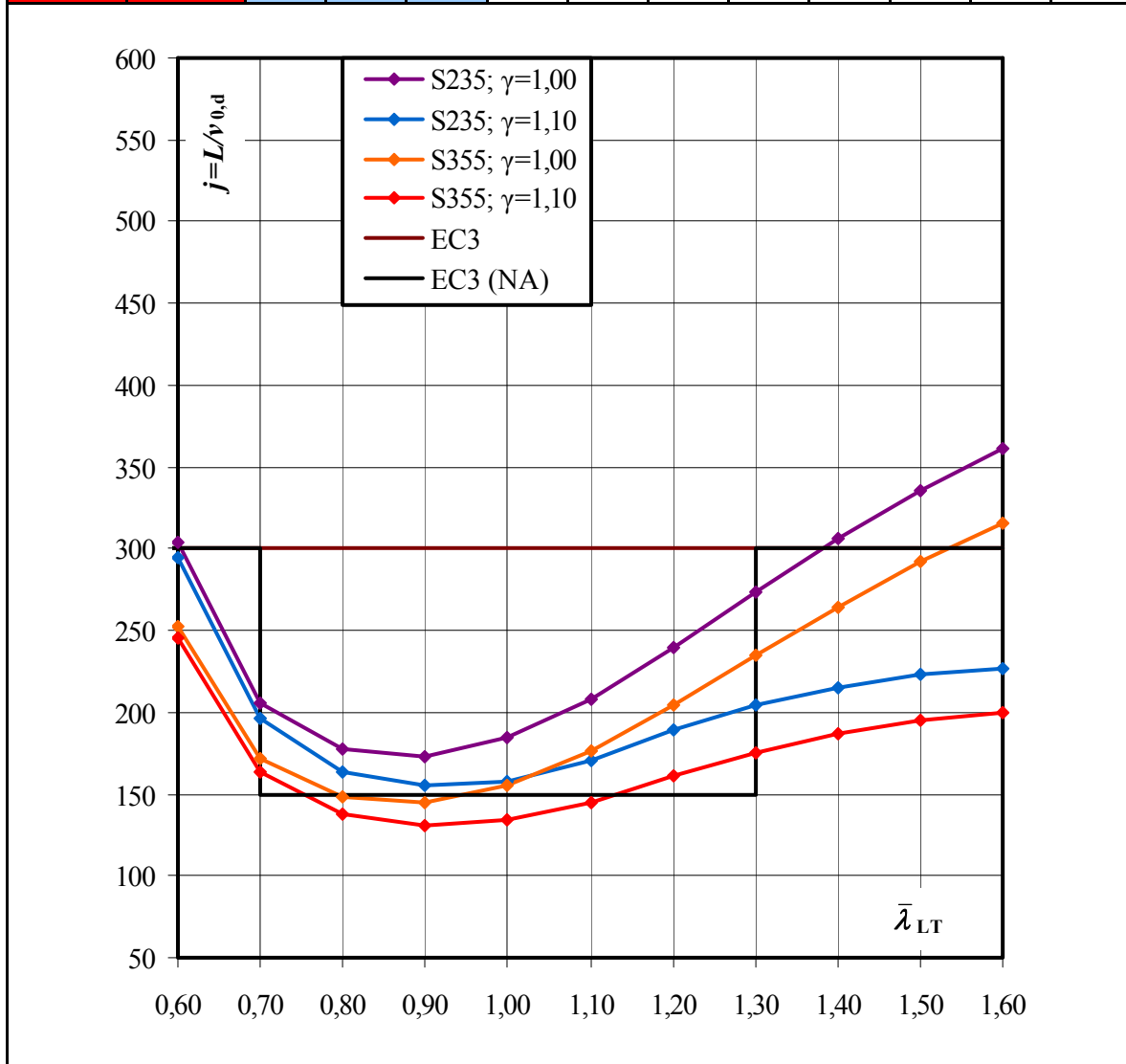


Tabelle 16: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,0$ und S235

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
HEAA 600	613	878	381	281	252	256	283	332	405	507	642	817
IPE 200	284	734	322	230	201	200	220	255	306	379	485	651
HEA 400	235	656	307	221	193	192	210	237	277	338	432	582
HEB 450	178	412	232	175	157	163	177	201	237	292	380	526
HEB 200	96	331	164	125	119	122	130	146	173	215	285	408
HEM 400	68	160	98	90	89	94	103	118	141	177	237	343
HEM 200	41	92	74	70	69	72	79	90	108	135	180	259

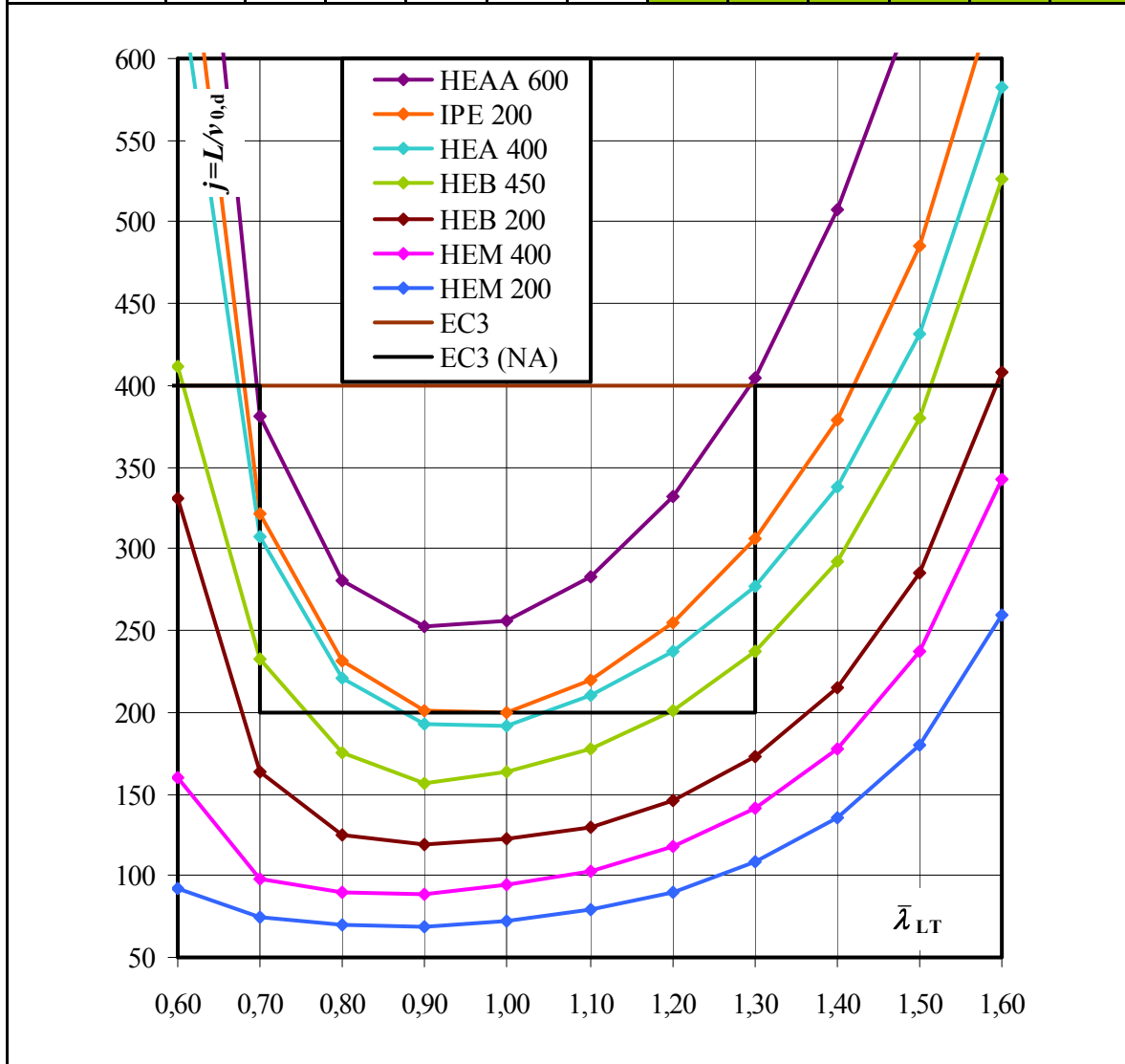


Tabelle 17: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,1$ und S235

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
HEAA 600	613	831	361	258	222	212	218	233	253	274	292	302
IPE 200	284	694	305	211	176	164	165	173	183	192	201	205
HEA 400	235	646	290	202	168	156	157	160	165	169	173	174
HEB 450	178	393	219	160	136	130	131	134	138	143	146	148
HEB 200	96	321	154	109	99	95	94	95	98	101	103	104
HEM 400	68	154	91	78	74	73	74	76	79	82	85	85
HEM 200	41	88	66	59	56	56	56	58	60	62	64	64

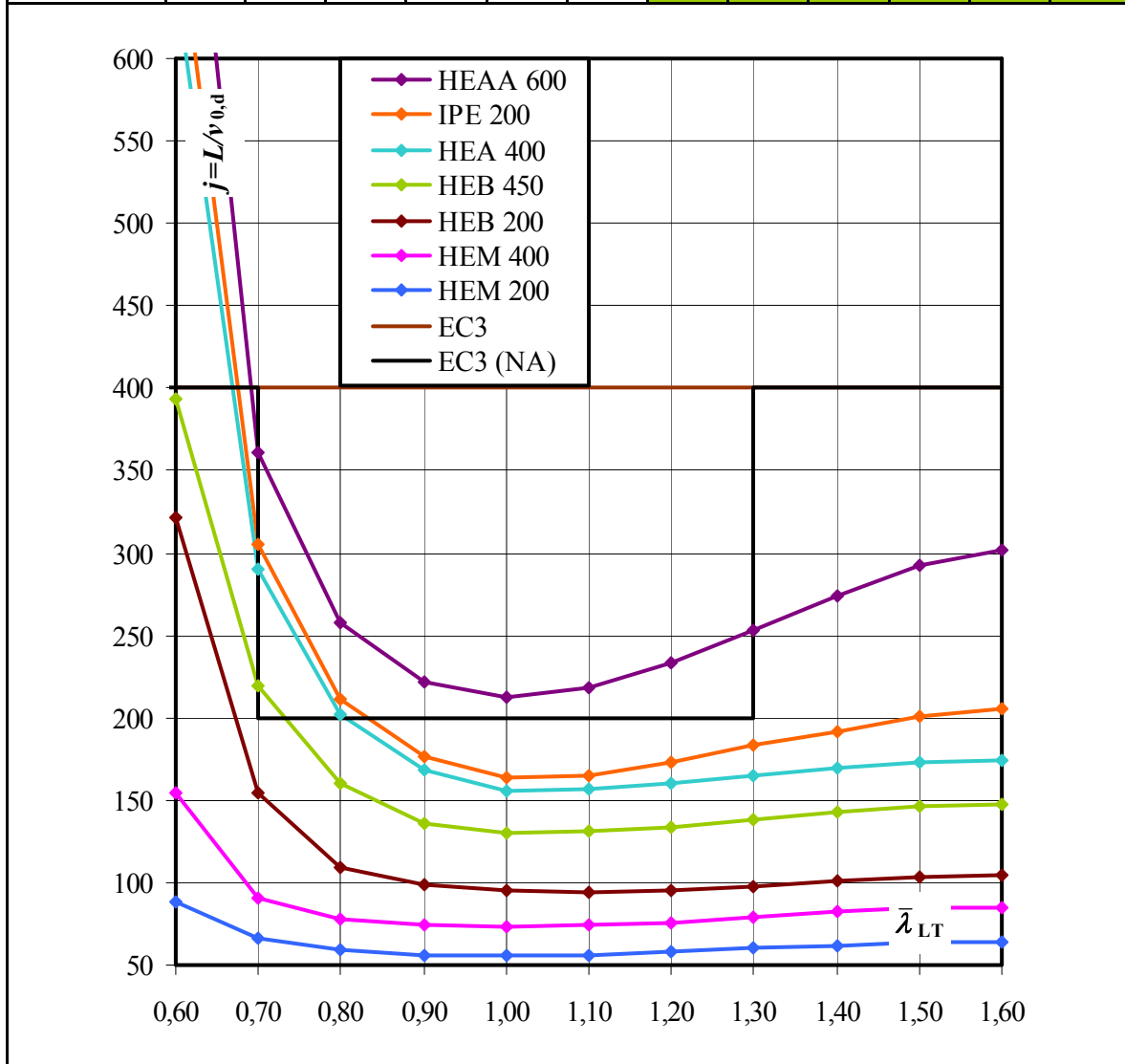


Tabelle 18: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,0$ und S355

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
HEAA 600	613	715	321	241	218	223	248	292	358	449	567	714
IPE 200	284	623	287	212	188	189	208	241	291	360	457	591
HEA 400	235	584	283	208	186	186	202	231	271	328	410	531
HEB 450	178	376	221	173	158	160	175	200	236	287	364	485
HEB 200	96	345	180	132	121	123	132	148	174	214	278	386
HEM 400	68	181	114	92	91	95	104	118	141	176	232	329
HEM 200	41	118	76	70	69	72	79	90	107	134	177	252

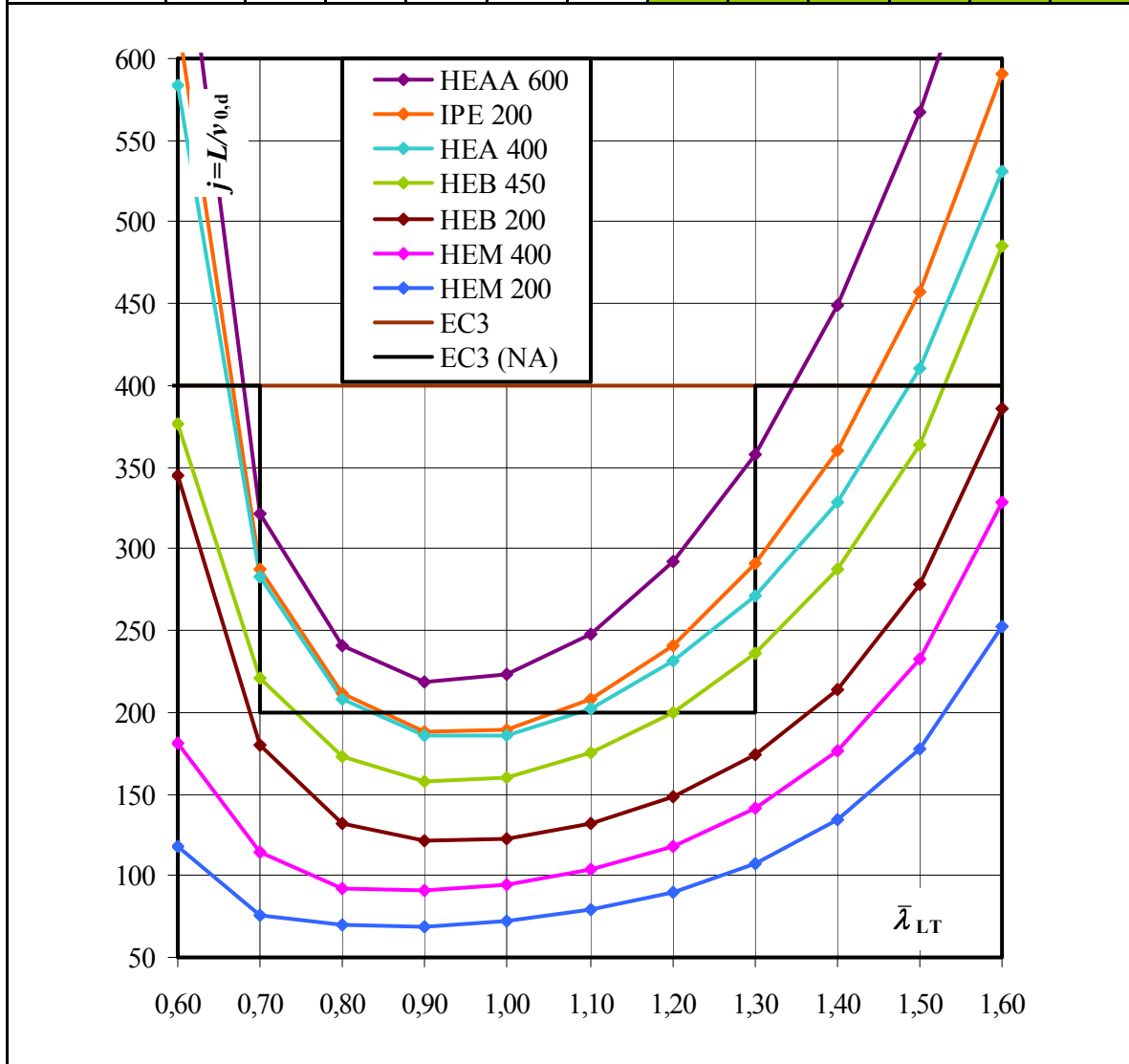


Tabelle 19: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b \leq 2$, $\gamma_{M1}=1,1$ und S355

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$										
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
HEAA 600	613	689	307	222	192	186	192	206	226	248	267	279
IPE 200	284	604	274	195	165	157	159	167	179	191	200	206
HEA 400	235	564	267	191	162	153	154	159	165	171	175	176
HEB 450	178	360	210	158	137	131	132	136	141	146	149	151
HEB 200	96	336	169	120	102	98	97	98	100	103	105	106
HEM 400	68	176	107	81	76	75	76	77	80	83	85	86
HEM 200	41	113	68	60	57	56	57	58	60	62	64	65

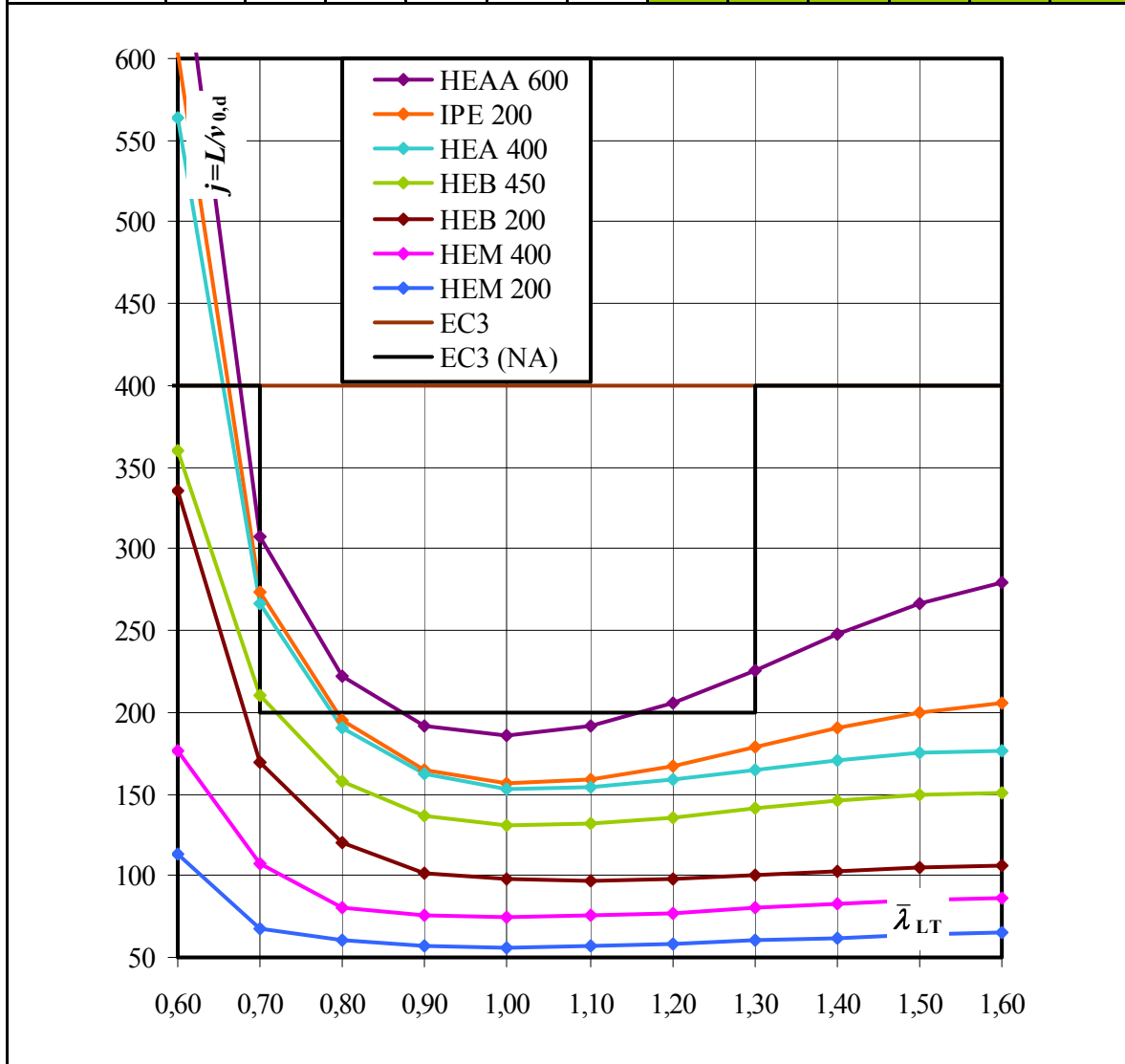


Tabelle 20: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1} = 1,0$ und S235

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$											
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
HEAA 1000	1007		304	206	177	173	184	208	240	273	306	336	361
IPE 500	544		316	206	171	162	165	178	196	218	240	259	274
HEB 650	280		241	167	140	131	131	136	145	155	166	177	186
HEM 650	177		188	133	110	102	102	106	112	119	127	136	144

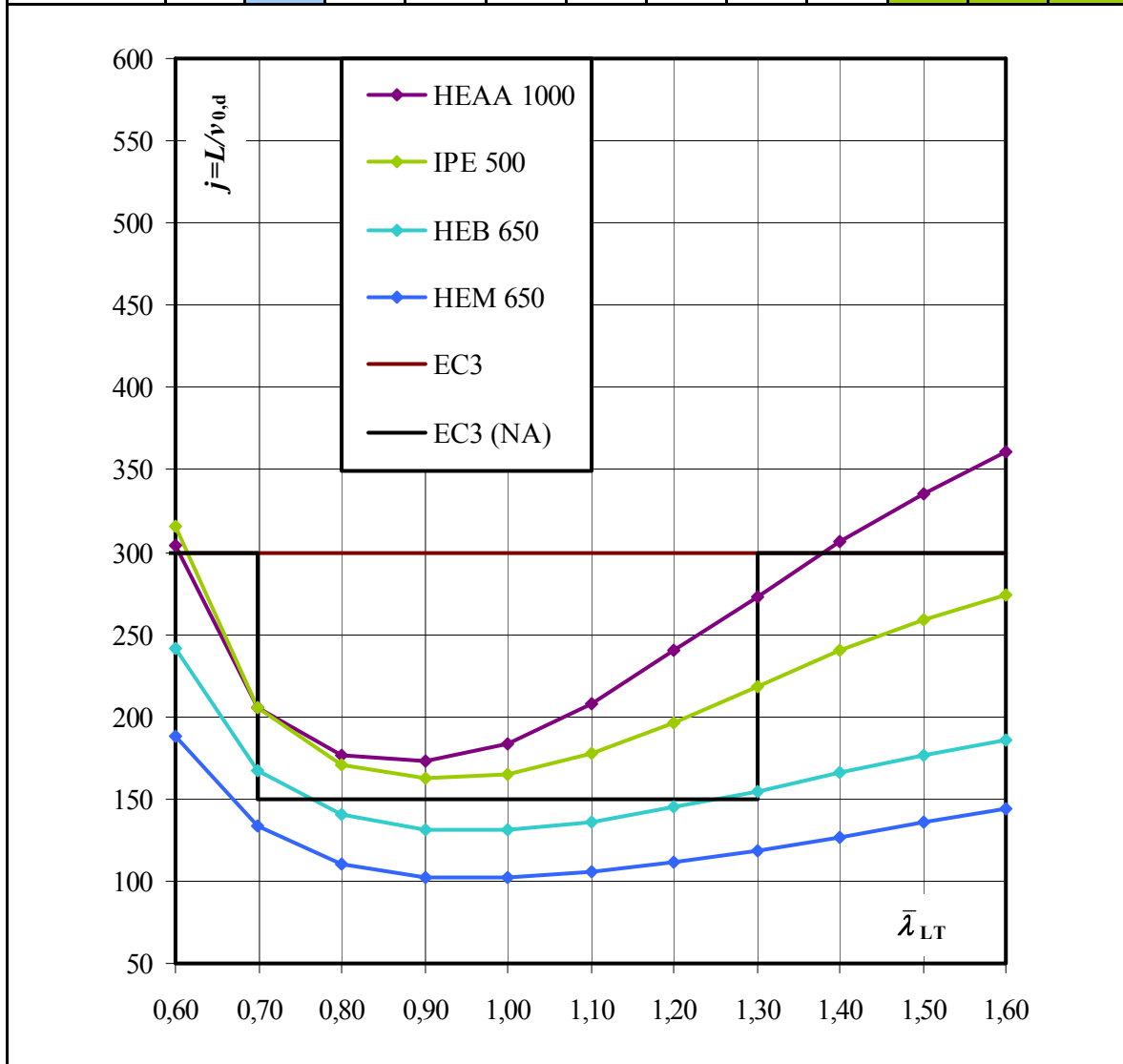


Tabelle 21: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1} = 1,1$ und S235

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$											
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
HEAA 1000	1007		295	196	164	155	158	171	189	204	215	223	227
IPE 500	544		308	196	159	145	142	146	153	161	166	169	168
HEB 650	280		232	159	129	116	111	111	112	112	113	112	110
HEM 650	177		182	126	101	90	86	85	85	85	85	84	83

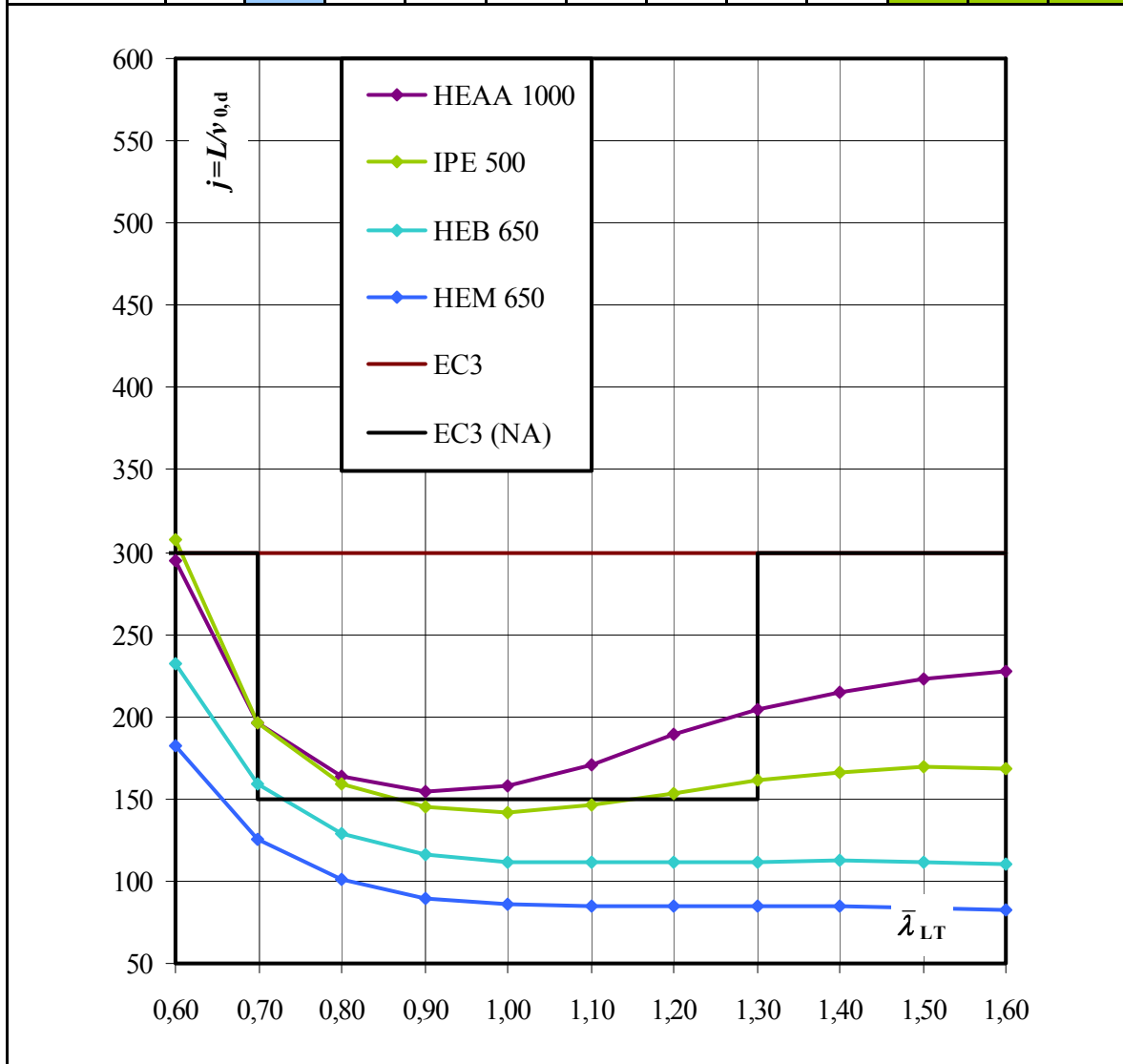


Tabelle 22: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1} = 1,0$ und S355

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$											
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
HEAA 1000	1007		252	172	148	145	155	176	205	235	264	292	316
IPE 500	544		264	175	148	141	145	157	175	197	219	239	256
HEB 650	280		211	149	128	122	124	131	141	153	165	177	186
HEM 650	177		171	126	108	102	103	107	114	122	131	139	147

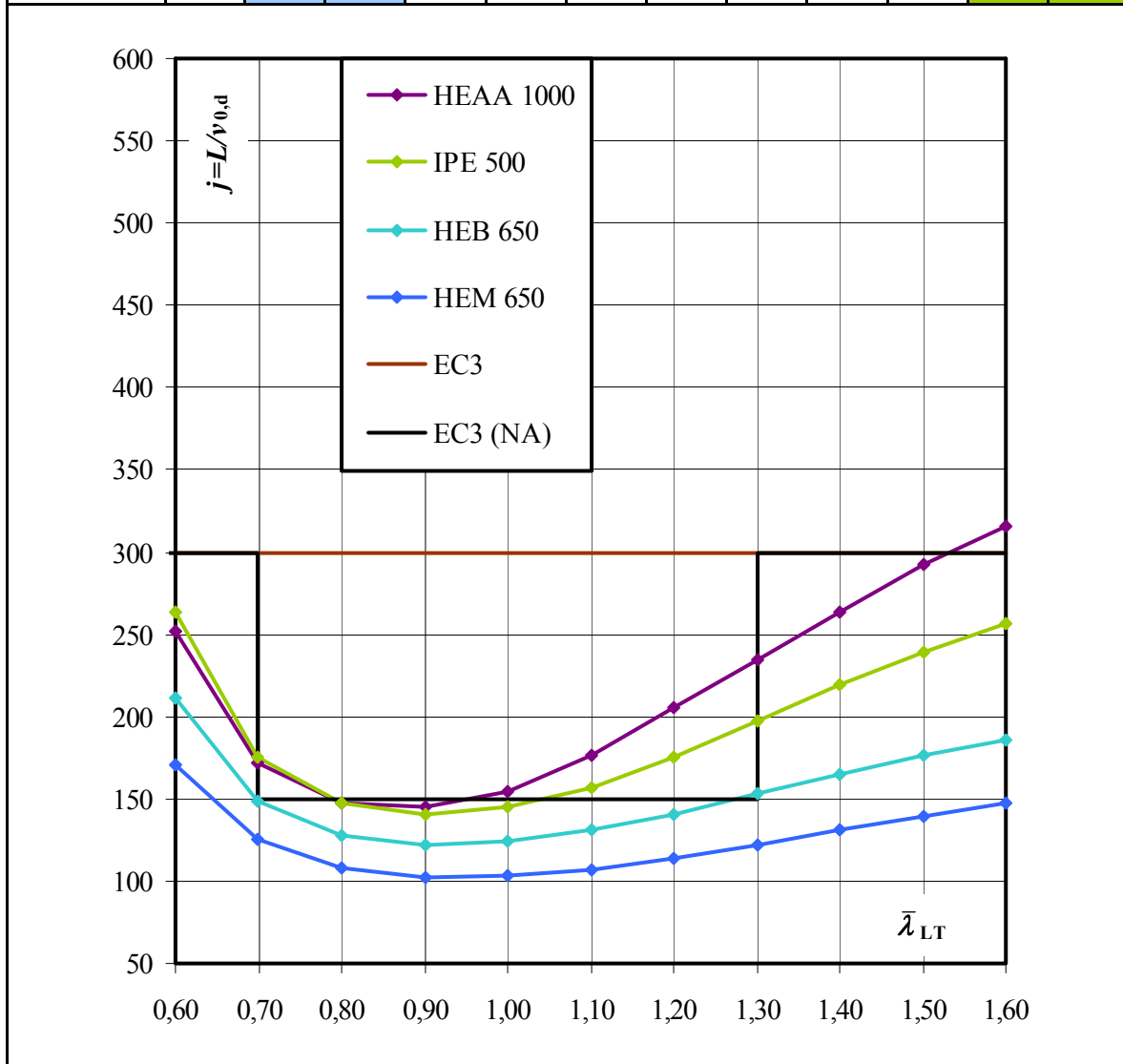
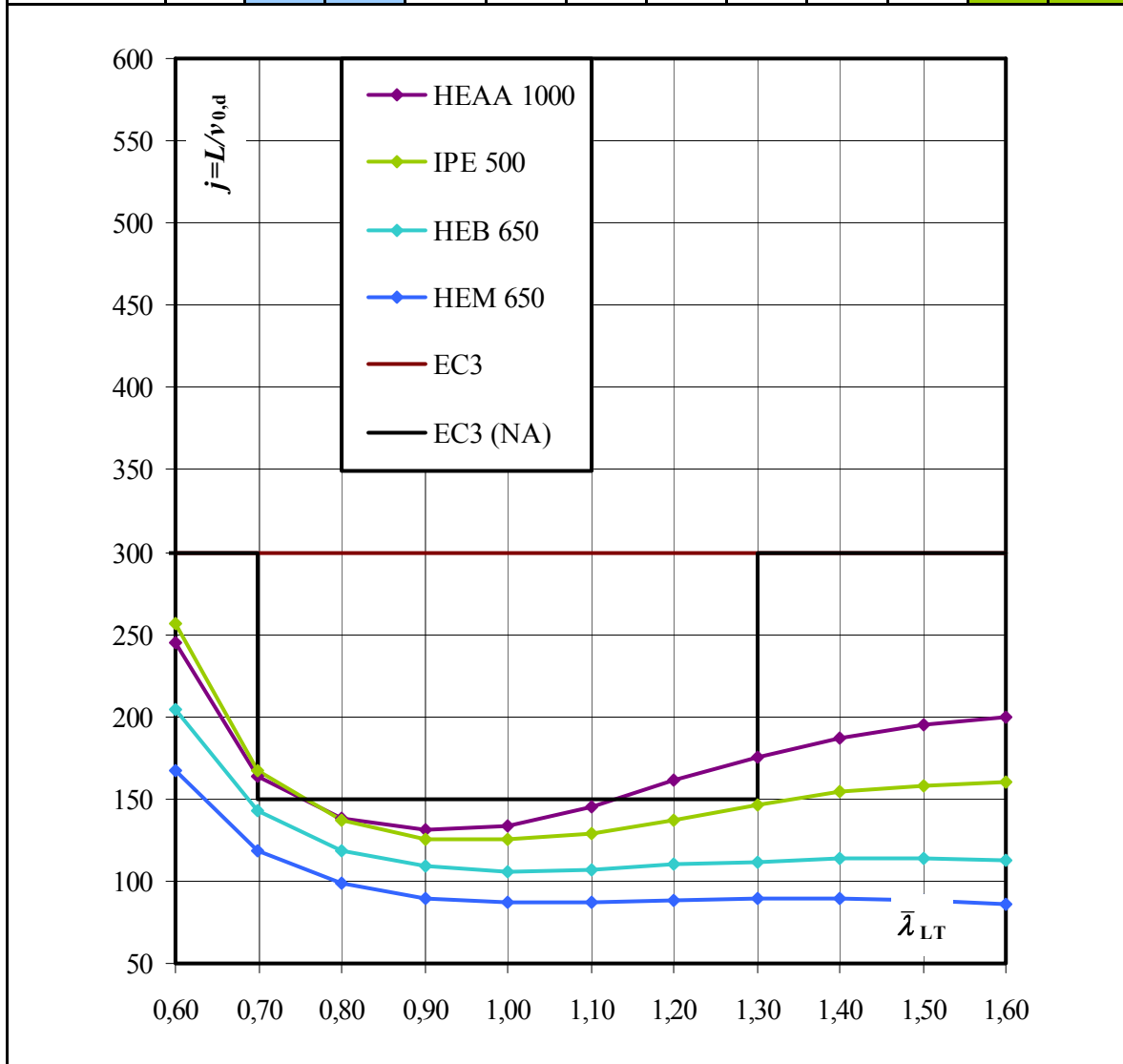


Tabelle 23: Geometrische Ersatzimperfektionen für Profile mit $h/b > 2$, $\gamma_{M1} = 1,1$ und S355

Profil	I_y/I_T	Repräsentative Ersatzimperfektionen: $j=L/v_{0,d}$											
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
HEAA 1000	1007		245	164	138	131	134	145	161	175	187	195	200
IPE 500	544		256	167	137	126	125	129	137	146	154	158	160
HEB 650	280		204	143	119	109	106	107	110	112	114	114	113
HEM 650	177		167	119	99	90	87	87	88	89	89	88	86



1.8 Auswertung der Diagramme für geometrische Ersatzimperfectionen

Die Diagramme der Tabellen 5 bis 23 zeigen deutlich die Einflüsse des Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{LT}$, des Teilsicherheitsbeiwerts γ_{MI} und der Stahlgüte auf die repräsentativen Ersatzimperfectionen. Der Quotient j aus dem Stich der Vorkrümmung und der Stablänge ist für alle untersuchten Profile für den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{MI}=1,10$ und die Stahlgüte S355 am kleinsten. Besonders ausschlaggebend für die Größe der repräsentativen Ersatzimperfection ist das Verhältnis von I_y zu I_T . Die Tabellen 16 bis 23 zeigen, dass der Quotient j aus dem Stich der Vorkrümmung und der Stablänge mit steigendem Verhältnis von I_y zu I_T zunimmt.

Beim Übergang von $\gamma_{MI}=1,00$ auf $\gamma_{MI}=1,10$ wird die Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rk}$ durch $\gamma_{MI}=1,10$ dividiert. Dadurch ergibt sich eine entsprechend kleinere zugehörige Gleichstreckenlast $q_{b,Rd}$, die auf das System in Abb. 3 aufgebracht wird. Wenn bei der jetzt kleineren Gleichstreckenlast die repräsentative Ersatzimperfection, die für $\gamma_{MI}=1,00$ ermittelt wurde, beibehalten wird, nehmen die Verdrehung \mathcal{G} und somit auch das Wölbbimoment M_ω nach Theorie II. Ordnung überproportional ab. Um den Querschnitt nach dem Teilschnittgrößenverfahren mit den Gleichungen (14) bis (16) vollständig auszunutzen, muss also der Stich der Vorkrümmung $v_{0,d}$ vergrößert werden. Dieser Effekt ist darauf zurückzuführen, dass gemäß Eurocode 3 die charakteristischen Werte der Steifigkeiten verwendet und nicht – wie in der DIN 18800-2 [6] – durch den Teilsicherheitsbeiwert dividiert werden. Die Gleichungen (21) bis (24) sowie deren Auswertung für einen IPE 200 verdeutlichen diesen Zusammenhang. Sie beschreiben den Zuwachs der Verdrehung \mathcal{G} beziehungsweise des Wölbbimomentes M_ω aus Effekten der Biegetorsionstheorie II. Ordnung näherungsweise durch den Vergrößerungsfaktor α_T nach [14]. Dieser berücksichtigt auch die Lage des Lastangriffspunkts.

$$\mathcal{G}_{II} = \mathcal{G}_I \cdot \alpha_T \quad (21)$$

$$M_{\omega,II} = M_{\omega,I} \cdot \alpha_T \quad (22)$$

$$\alpha_T = \frac{1}{1 - \frac{M_{y,Ed}}{M_{cr}} \cdot \left(\frac{M_{y,Ed} - k_p}{M_{cr} - k_p} \right)} \quad (23)$$

$$k_p = 0,81 \cdot \zeta^2 \cdot N_{cr,z} \cdot z_p \quad (24)$$

Für einen IPE 200 wurde in Tabelle 24 der Vergrößerungsfaktor α_T nach Gleichung (23) für verschiedene Schlankheitsgrade mit den Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_{MI}=1,00$ und $\gamma_{MI}=1,10$ berechnet. Dabei wurde für das einwirkende Moment $M_{y,Ed}$ der entsprechende Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rd}$ nach Gleichung (12) eingesetzt.

Tabelle 24: Auswertung des Vergrößerungsfaktors α_T für $\gamma_{M1}=1,0$ und $\gamma_{M1}=1,1$ beim IPE 200

IPE 200		α_T										
$\bar{\lambda}_{LT}$		0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60
S235	$\gamma_{M1}=1,0$	1,32	1,49	1,72	2,07	2,57	3,32	4,45	6,26	9,41	15,69	32,29
S235	$\gamma_{M1}=1,1$	1,27	1,41	1,59	1,83	2,14	2,54	3,02	3,59	4,24	4,94	5,65

Tabelle 24 zeigt zum Teil erhebliche Unterschiede des Vergrößerungsfaktors α_T für die Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{M1}=1,00$ und $\gamma_{M1}=1,10$. Es wird nachvollziehbar, dass für das System in Abb. 3 mit $\gamma_{M1}=1,10$ gerade für große Schlankheitsgrade der Stich der Vorkrümmung $v_{0,d}$ deutlich größer sein muss als für $\gamma_{M1}=1,00$, um den Querschnitt nach dem Teilschnittgrößenverfahren vollständig auszunutzen. Dies zeigen auch die Ergebnisse in den Tabellen 5 bis 15. Der Einfluss des Teilsicherheitsbeiwertes auf die geometrischen Ersatzimperfectionen wäre nicht vorhanden, wenn man die Steifigkeiten und somit die idealen Verzweigungslasten N_{cr} und M_{cr} durch γ_{M1} teilen würde.

Darüber hinaus hat auch die Stahlgüte einen Einfluss auf die repräsentativen Ersatzimperfectionen. Es lässt sich sagen, dass bei gleichbleibender Schlankheit eines Profils der Stich der Vorkrümmung $v_{0,d}$ für die Stahlgüte S355 größer ist als für S235. Allerdings ist dieser Einfluss für kleine Verhältnisse von I_y zu I_T , wie zum Beispiel bei einem HEM 200 mit $I_y/I_T=41$ (vgl. Tabelle 5), kaum vorhanden. Jedoch mit zunehmendem Verhältnis von I_y zu I_T nimmt auch der Einfluss der Stahlgüte auf den Stich der Vorkrümmung $v_{0,d}$ zu. Am größten von allen untersuchten Profilen ist der Einfluss der Stahlgüte beim HEAA 1000 mit $I_y/I_T=1007$ (vgl. Tabelle 15).

Beim Vergleich der repräsentativen Ersatzimperfectionen mit den entsprechenden Vorgaben im Eurocode 3 wird deutlich, dass die vorgeschlagenen Vorkrümmungen für Biegedrillknicken mit dem Stich $v_{0,d}=0,5 \cdot e_{0,d}$ erheblich auf der unsicheren Seite liegen. Die Regelungen des Deutschen Nationalen Anhangs sind logisch hinsichtlich der Verdopplung der vorgeschlagenen Werte für Schlankheitsgrade zwischen 0,7 und 1,3, da in diesem Bereich für fast alle Profile die erforderliche Vorkrümmung am größten ist (vgl. Tabelle 16). Allerdings liegen die Vorkrümmungen für mehrere Profile, insbesondere HEM-Profile, noch auf der unsicheren Seite. Mit der in [15] von KINDMANN und BEIER-TERTEL empfohlenen geometrischen Ersatzimperfection von $L/150$ für alle Profile werden die Traglasten gut erfasst. Der konstante Wert hat für die Praxis den großen Vorteil, dass der Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken nicht berechnet werden muss.

2. Berechnungen nach der Fließzonentheorie

2.1 Allgemeines

Tragwerksberechnungen nach der Fließzonentheorie bilden das reale Tragverhalten bei Stabilitätsuntersuchungen am genauesten ab, da die Ausbreitung von Fließzonen und auch in den Profilen vorhandene Eigenspannungen unmittelbar berücksichtigt werden können. Allerdings sind die formalen Schwierigkeiten einer analytischen Lösung so groß, dass derartige Berechnungen mit Hilfe von geeigneten EDV-Programmen durchgeführt werden müssen. Die Anwendung solcher Programme ist aufwendig und für die Interpretation der Ergebnisse sind weitreichende Erfahrungen notwendig, so dass solche Berechnungen für die Nachweispraxis ausscheiden. Die Komplexität einer analytischen Lösung für ein einfaches statisches System wird in [25] gezeigt. In den folgenden Abschnitten werden grundlegende Erläuterungen zur Fließzonentheorie gegeben.

2.2 Physikalische Nichtlinearität

Wenn im Berechnungsmodell zum Beispiel durch Eingabe eines konstanten E-Moduls ein linear-elastisches Materialverhalten zu Grunde gelegt wird (Gültigkeit des HOOKEschen Gesetzes), wird von einer physikalisch linearen Berechnung gesprochen. Sind dahingegen die Spannungen nicht mehr proportional zu den Dehnungen, liegt eine physikalische Nichtlinearität vor. Eine physikalisch nichtlineare Systemberechnung wird im Stahlbau auch als Fließzonentheorie bezeichnet. Wie der Name schon verrät, wird in der Systemberechnung das Fließen des Stahls berücksichtigt. Dies tritt bei einer Überschreitung der Fließdehnung ε_y auf. Meist wird nicht das exakte Werkstoffverhalten zugrunde gelegt, sondern eine linear-elastische/ ideal-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung wie in Abb. 6.

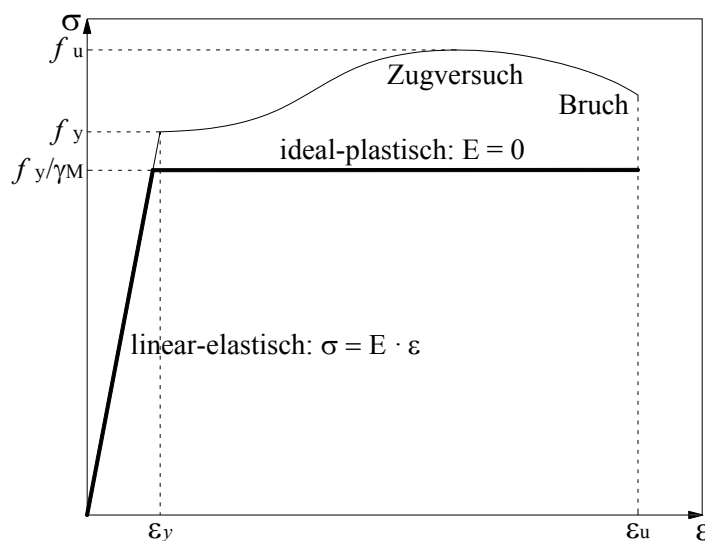


Abb. 6: Linear-elastisches/ ideal-plastisches Spannungsdehnungsgesetz

Bei der Idealisierung in Abb. 6 wird die Verfestigung vernachlässigt, was, wie in [32] untersucht, bei stabilitätsgefährdeten Systemen keinen Verlust an Genauigkeit bedeutet, weil bei diesen die Dehnungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit im Allgemeinen noch unterhalb der Verfestigungsdehnung liegen. Der E-Modul ist abhängig von der Verformung. Es werden für den Fall einer linearelastischen/ idealplastischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung zwei Möglichkeiten unterschieden:

- $\varepsilon_i < \varepsilon_y$: $E_i = 21.000 \text{ kN} / \text{cm}^2$
- $\varepsilon_i \geq \varepsilon_y$: $E_i = 0$

Dies bedeutet, dass diejenigen Bereiche, in denen die Dehnung oberhalb der Fließdehnung liegt, keine Steifigkeit und die anderen Bereiche die volle, elastische Steifigkeit besitzen. Auf Grund der reduzierten Steifigkeiten in den Fließzonen kommt es unter anderem zu vergrößerten Verformungen und infolge dessen zu veränderten Schnittgrößen. Darüber hinaus nimmt auch der Eigenwert des Systems ab, so dass man vom Eigenwert des teilplastizierten Systems spricht.

2.3 Geometrische Nichtlinearität

Geometrisch lineare Berechnungen, auch Berechnungen nach Theorie I. Ordnung genannt, erfolgen am unverformten Tragwerk. Somit hat die Änderung der Geometrie des Tragwerks keinen Einfluss auf die Ergebnisse. Solche Berechnungen sind Näherungen, die in einigen Anwendungsfällen des Stahlbaus nicht ausreichen. Vor allem für stabilitätsgefährdete Tragwerke liegt diese Näherung erheblich auf der unsicheren Seite. Für solche Tragwerke muss die Berechnung mit der geometrisch nichtlinearen Theorie erfolgen, welche die Geometrieänderung des verformten Tragwerks berücksichtigt, indem das Gleichgewicht am verformten System formuliert wird. Bei der Theorie II. Ordnung, die eine Näherung für die geometrisch nichtlineare Theorie ist, werden für das Gleichgewicht am verformten System kleine Verformungen im Vergleich zur Systemabmessung vorausgesetzt. Die Voraussetzung kleiner Verformungen folgt aus einer Näherung der trigonometrischen Funktionen:

- $\cos \vartheta = 1$
- $\sin \vartheta = \vartheta$

Als Grenze, bis zu der die Abweichungen als vernachlässigbar klein angesehen werden, gilt üblicherweise ein Wert von maximal 0,3 rad. Bei FEM-Programmen wie z. B. RFEM oder ANSYS wird auch die Theorie III. Ordnung verwendet, bei der die Schnittgrößen am stark verformten

System bestimmt werden. Da hier größere Verformungen berücksichtigt werden, spricht man auch von der Theorie der großen Verformungen.

2.4 Verfahren zur Gleichgewichtsermittlung

Bei der Ermittlung des Gleichgewichtszustandes zwischen äußerem und innerem Kräftevektor werden bei nichtlinearem Tragverhalten (geometrisch und/ oder physikalisch) spezielle Verfahren benötigt. Insbesondere bei der Berücksichtigung der großen Verformungen ist es oft schwierig, ein Gleichgewicht zu finden. Instabilitäten können umgangen werden, indem die Belastung in mehreren Schritten aufgebracht wird. In jedem Lastinkrement erfolgt eine Iteration bis die Differenz zwischen äußerem Kräftevektor und innerem Kräftevektor (Gleichgewichtsfehler) kleiner als eine vorgegebene Abbruchschranke ist (NEWTON-RAPHSON-Verfahren). Ausgehend von einem Gleichgewichtszustand und der tangentialen Systemsteifigkeitsmatrix $\underline{K}_t(\underline{u})$ für diesen Punkt wird für ein aufgebrachtes Lastinkrement $\underline{\Delta F}$ durch Lösen der linearisierten Systemgleichung (25) das zugehörige Verschiebungsinkrement $\underline{\Delta u}$ ermittelt. Die tangentielle Steifigkeitsmatrix ist die Summe aus der verformungsabhängigen materiellen Systemsteifigkeitsmatrix $\underline{K}_m(\underline{u})$ (physikalisch nichtlinearer Anteil) und der verformungsabhängigen geometrischen Systemsteifigkeitsmatrix $\underline{K}_g(\underline{u})$ (geometrisch nichtlinearer Anteil). Aus dem Verschiebungsinkrement $\underline{\Delta u}$ lässt sich mit Gleichung (29) der neue Systemverschiebungsvektor und daraus der neue zugehörige innere Kräftevektor bestimmen.

$$\text{linearisierte Systemgleichung:} \quad \underline{K}_t(\underline{u}) \cdot \underline{\Delta u} = \underline{\Delta F} \quad (25)$$

$$\text{Systemverschiebung am Startpunkt:} \quad \underline{u}_{n+1}^0$$

$$\text{Innerer Kräftevektor am Startpunkt:} \quad \lambda_n \cdot \underline{F} = \underline{F}_i(\underline{u}_{n+1}^0) \quad (26)$$

$$\text{Äußerer Kräftevektor am Zielpunkt:} \quad \lambda_{n+1} \cdot \underline{F}$$

$$\text{Lastinkrement:} \quad \underline{\Delta F} = (\lambda_{n+1} - \lambda_n) \cdot \underline{F} \quad (27)$$

$$\text{Verschiebungsinkrement:} \quad \underline{\Delta u} = \left[\underline{K}_t(\underline{u}_{n+1}^0) \right]^{-1} \cdot \left[\lambda_{n+1} \cdot \underline{F} - \underline{F}_i(\underline{u}_{n+1}^0) \right] \quad (28)$$

$$\text{Systemverschiebungsvektor:} \quad \underline{u}_{n+1}^1 = \underline{u}_{n+1}^0 + \underline{\Delta u} \quad (29)$$

Nach der ersten Iteration wird der zum Systemverschiebungsvektor gehörende innere Kräftevektor $\underline{F}_i(\underline{u}_{n+1}^1)$ aufgrund der Nichtlinearität nicht mit dem äußeren Kräftevektor $\lambda_{n+1} \cdot \underline{F}$ übereinstimmen. Um die Differenz zu reduzieren, wird diese als äußere Last aufgebracht und ein weiteres Verschiebungsinkrement durch Lösen der linearisierten Systemgleichung berechnet. Hierfür wird die tangentielle Steifigkeitsmatrix für die neue Stützstelle verwendet.

$$\text{Verschiebungskrement: } \underline{\Delta u} = \left[\underline{K}_T(\underline{u}_{n+1}^k) \right]^{-1} \cdot \left[\lambda_{n+1} \cdot \underline{F} - \underline{F}_i(\underline{u}_{n+1}^k) \right] \quad (30)$$

$$\text{Systemverschiebung: } \underline{u}_{n+1}^{k+1} = \underline{u}_{n+1}^k + \underline{\Delta u} \quad (31)$$

Durch wiederholtes Ausführen dieses Iterationsschrittes kann der Gleichgewichtsfehler bis unter eine vorgegebene Schranke reduziert werden, wobei betont werden muss, dass das exakte Gleichgewicht nicht erreicht werden kann. Genauere Erklärungen dazu finden sich unter anderem in [4].

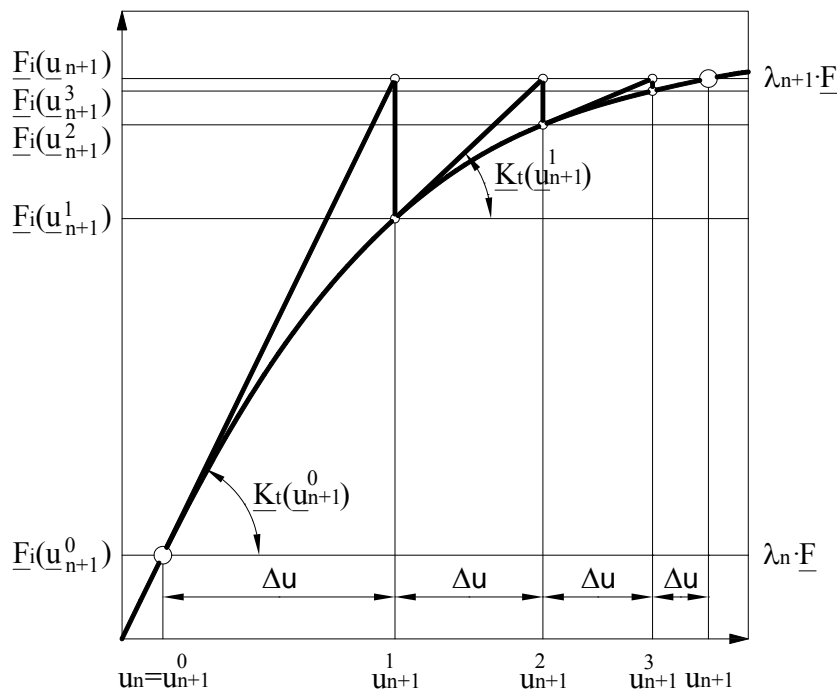


Abb. 7: NEWTON-RAPHSON Iteration

2.5 Strukturelle Imperfektionen

Eigenstressen sind strukturelle Imperfektionen, die durch den Walzprozess oder auch den Schweißprozess hervorgerufen werden. Infolge von unterschiedlichen Abkühlgeschwindigkeiten an den einzelnen Querschnittsstellen kommt es zu Zwängungen und es entsteht ein innerer Spannungszustand. Da dieser Spannungszustand nicht durch äußere Kräfte hervorgerufen wird, dürfen daraus auch keine Schnittgrößen resultieren. Die Verteilung und Größe von Walzeigenstressen bilden die Grundlage für die Festlegung der Europäischen Knickspannungskurven. Sollen strukturelle Imperfektionen bei FE-Berechnungen berücksichtigt werden, sind Eigenstressen anzusetzen, deren Verlauf und Amplitude im Mittel aus dem Fertigungsverlauf erwartet werden können. In der Literatur wird die Spannungsverteilung in Abhängigkeit des h/b -Verhältnisses bestimmt. Sie kann zum Beispiel aus [10] entnommen werden.

2.6 Geometrische Imperfektionen

Neben den Eigenspannungen, sind geometrische Imperfektionen wie Stabvorkrümmungen oder Stützenschiefstellungen zu berücksichtigen. Bei Berechnungen nach der Fließzonentheorie werden für den Stich der Vorkrümmung üblicherweise $L/1000$ angesetzt. Dieser Wert ist das Ergebnis aus Untersuchungen zu den Europäischen Knickspannungskurven, wo Messungen an etwa 500 Versuchsstäben durchgeführt wurden. Die europäische Norm für Grenzabmaße und Formtoleranzen für I-Profile aus Baustahl [9] schreibt eine Geradheitstoleranz von $L/1000$ bis $L/333$ in Abhängigkeit von der Profilhöhe vor.

3. Umsetzung der Fließzonentheorie in RFEM

3.1 Allgemeines

Im Anhang C zu [8] werden Hinweise zur Anwendung von FE-Methoden bei Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit sowie bei Ermüdungsnachweisen gegeben. Darin wird betont, dass bei der Durchführung von FE-Berechnungen insbesondere eine geeignete Modellierung des Bauteils und seiner Randbedingungen sowie die Wahl eines geeigneten Programms zu beachten sind. Des Weiteren werden Hinweise zum Ansatz von Imperfektionen, dem Ansatz der Werkstoffeigenschaften und zur Modellierung der Lasten gegeben. Es wird betont, dass Ingenieure bei der Anwendung von FE-Methoden über entsprechende Erfahrungen verfügen sollten. In den nachfolgenden Abschnitten wird gezeigt, wie die Berechnung von Traglastkurven nach der Fließzonentheorie für verschiedene Stabilitätsfälle mit dem FEM-Programm RFEM – unter Berücksichtigung des Anhang C zu [8] – umgesetzt werden kann.

3.2 Elementwahl und Netzgestaltung

Der Einfeldträger könnte zur Traglastberechnung bei Biegeknicke mit Stabelementen, die sechs Freiheitsgrade pro Knoten – nämlich drei Verschiebungen (v_x , v_y , v_z) und drei Verdrehungen (φ_x , φ_y , φ_z) – besitzen, modelliert werden. Zur Traglastberechnung bei Biegedrillknicken ist allerdings die Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion notwendig (7. Freiheitsgrad), so dass Stabelemente mit sechs Freiheitsgraden ungeeignet sind. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Einfeldträger grundsätzlich als Flächenmodell aus Schalenelementen modelliert. Die verwendeten Schalenelemente werden aus einem Scheibenelement (Membrananteil) und einem Plattenelement (Biege- und Schubanteil) abgeleitet. Bei geometrisch nichtlinearen Problemen wird die gegenseitige Beeinflussung des Membrananteils und des Biege- und Schubanteils in der nichtlinearen Elementsteifigkeitsmatrix nach ZIENKIWICZ [34] berücksichtigt. Die Anteile der Biege- und Schubwirkung können in RFEM gemäß der Biegetheorie nach MINDLIN oder nach KIRCHHOFF berechnet werden. Bei der Berechnung nach MINDLIN werden Querkraftverformungen eingeschlossen, nach KIRCHHOFF werden diese nicht berücksichtigt. Die Berechnungsoption MINDLIN eignet sich deshalb für die relativ dicken Platten und Schalen des Massivbaus, die Option KIRCHHOFF ist für relativ dünne Flächen zu empfehlen. Die beste Lösung für den Anwender ist jedoch, wenn die MINDLIN-Elemente ohne Probleme auch für dünne Platten geeignet sind. Bei den in RFEM implementierten MINDLIN-Elementen wird das Niveau des Anteils der Querschubspannungsenergie an der Gesamtenergiebilanz über einen speziellen Faktor automatisch optimal angepasst. Eine ausführliche Beschreibung dieses Elements findet man z.B. in [1]. Wenn, wie es bei diesen Elementen der Fall ist, keine Probleme bei der Berechnung von dünnen Platten mit der schubweichen Theorie (MINDLIN) bestehen, empfiehlt sich nach [2] die

Nutzung der schubweichen Elemente grundsätzlich. In RFEM ist die Biegetheorie nach MINDLIN voreingestellt und wird wegen genannter Gründe hier auch für die Modellierung der dünnen Bleche der Stahlprofile benutzt.

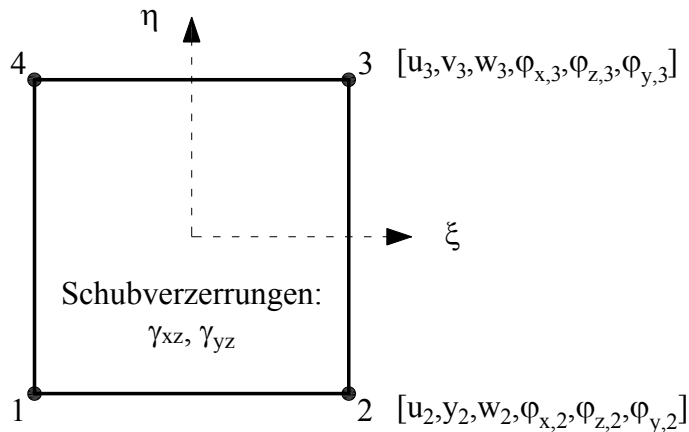


Abb. 8: Zusammengesetztes Schalenelement in RFEM

Bevor die Berechnung erfolgen kann, ist ein geeignetes Netz zu generieren. Feinere Netzte liefern im Allgemeinen in nicht singulären Bereichen genauere Ergebnisse. Allerdings steigen mit zunehmender Zahl der FE-Elemente der Rechenaufwand und die Datenmenge an. Die Genauigkeit der Ergebnisse wird nicht durch die absoluten Abmessungen, sondern durch die Besonderheiten des statischen Systems, wie Stützweiten, Lasteintragungen usw. bestimmt. Die Flansche der untersuchten I- und H-Profile werden so modelliert, dass acht Viereckselemente über die Flanscbreite angeordnet werden. Die daraus resultierende angestrebte Länge der Finiten Elemente wird auch für die Netzgenerierung des Stegs gewählt. Da quadratische Elemente die genauesten Ergebnisse liefern, wird ein maximales Verhältnis der FE-Viereck-Diagonalen von 1,8 festgelegt. Im Rahmen von Empfindlichkeitsprüfungen wurden die Berechnungen auch mit engmaschigeren Netzen und Netzverfeinerungen durchgeführt. Allerdings ergaben sich hierfür keine nennenswerten Unterschiede, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die gewählte Netzgestaltung ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

3.3 Querschnittsidealisierung

Die Walzprofilquerschnitte werden bei der Modellierung – wie in KSTAB für das implementierte Teilschnittgrößenverfahren (vgl. Abschnitt 1.2) – durch 3-Blechquerschnitte mit dem Mittellinienmodell idealisiert (vgl. Abb. 9). Der Steg wird dabei bis zu den Gurtmittellinien geführt, um die Walzausrundungen näherungsweise zu berücksichtigen.

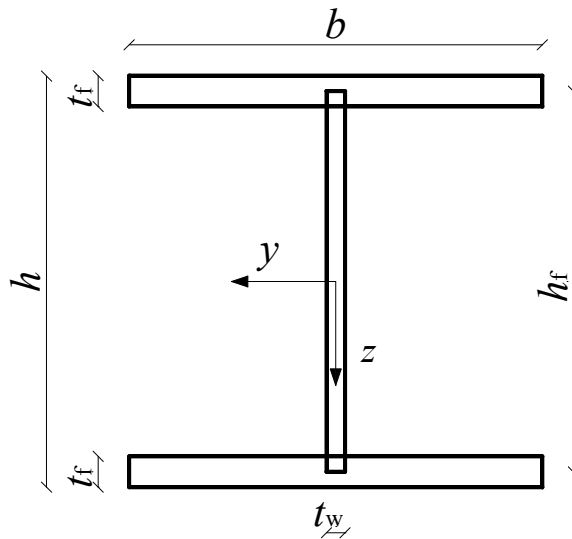


Abb. 9: Idealisierung gewalzter I-Querschnitte in RFEM

$$A = 2 \cdot b \cdot t_f + (h - t_f) \cdot t_w \quad (32)$$

$$W_{pl,y,ideal} = b \cdot t_f \cdot (h - t_f) + \frac{t_w \cdot (h - t_f)^2}{4} \quad (33)$$

$$W_{pl,z,ideal} = \frac{b^2 \cdot t_f}{2} + \frac{(h - t_f) \cdot t_w^2}{4} \quad (34)$$

$$I_{T,ideal} = \frac{2}{3} \cdot b \cdot t_f^3 + \frac{1}{3} \cdot (h - t_f) \cdot t_w^3 \quad (35)$$

$$\Delta I_T = I_{T,walz} - I_{T,ideal} \quad \text{mit } I_{T,walz} \text{ nach Anhang A} \quad (36)$$

Während die plastischen Widerstandsmomente durch die Idealisierung des Querschnitts ausreichend genau erfasst werden, ergeben sich zum Teil erhebliche Abweichungen für das Torsionsflächenmoment 2. Grades. Beispielsweise beträgt das Verhältnis von $I_{T,ideal}$ zu $I_{T,walz}$ für einen IPE 200 lediglich 76 Prozent. Da Biegedrillknicken vor allem auch ein Torsionsproblem ist, ist eine korrekte Abbildung der Torsionssteifigkeit $G \cdot I_T$ für die Berechnungen von Traglasten für Biegedrillknicken notwendig. Um die Idealisierung des Querschnitts beizubehalten wird deshalb in beiden Schnittpunkten des Stegs mit den Flanschen über die komplette Trägerlänge jeweils ein zusätzlicher Stab integriert. Beide Ergänzungsstäbe haben ein Torsionsflächenmoment 2. Grades mit jeweils genau einer Hälfte der Differenz ΔI_T nach Gleichung (36). Alle anderen Querschnittswerte der Ergänzungsstäbe sind unendlich klein, so dass ausschließlich die Torsionssteifigkeit des modellierten Trägers im gewünschten Maß beeinflusst wird.

3.4 Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen

Geometrische Imperfektionen in Form von Vorkrümmungen werden im FEM-Modell berücksichtigt, indem der Stab als parabelförmig-vorgekrümmtes Flächenmodell mit dem Stich $e_{o,d}$ in der entsprechenden Richtung für den zu untersuchenden Stabilitätsfall modelliert wird (vgl. Abb. 10).

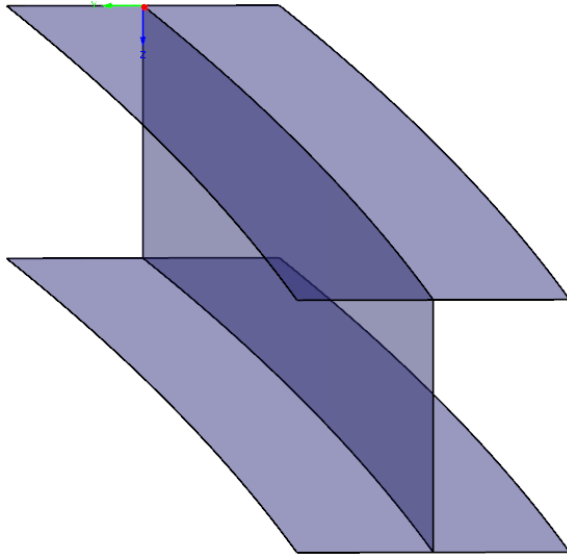


Abb. 10: Flächenmodell mit Vorkrümmung in y -Richtung in RFEM

Für die geometrischen und strukturellen Imperfektionen (Eigenspannungen) wird für den Stabilitätsfall Biegeknicken eine repräsentative Vorverformung mit dem Stich $e_{o,d}$ so festgelegt, dass sich unter reiner Druckbeanspruchung gerade die Traglast $N_{b,Rk}$ wie mit dem Ersatzstabverfahren nach [7] ergibt. Entsprechend wird für den Stabilitätsfall Biegedrillknicken mit zweiachsiger Biegung die repräsentative Vorverformung so gewählt, dass sich für einachsige Biegung um die y -Achse die gleiche Traglast wie mit dem Ersatzstabverfahren nach [7] ergibt. Somit wird keine Eigenspannungsverteilung angesetzt, sondern deren Wirkung indirekt durch die repräsentative Vorverformung berücksichtigt. Dies entspricht der Vorgehensweise gemäß Anhang C.5(2) zu [8], die bei Berechnungen mit der Finiten-Element-Methode den Ansatz von geometrischen Ersatzimperfektionen erlaubt, falls geometrische und strukturelle Imperfektionen nicht getrennt voneinander berücksichtigt werden. Auf diese Weise erfolgt eine Kalibrierung an den Europäischen Knicklinien beziehungsweise Biegedrillknicklinien und es wird bewusst ausgeschlossen, dass sich bei Berechnungen mit der Fließzonentheorie Traglasten ergeben, die größer sind als diejenigen, die der Eurocode 3 [7] zulässt.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen Traglastkurven für Biegedrillknicken nach der Fließzonentheorie für die Interaktion von M_y und M_z ermittelt werden. Diese werden mit Traglastkurven des Ersatzimperfektionsverfahrens verglichen, die ebenfalls – wie in Abschnitt 1.2 gezeigt – an den

Europäischen Biegedrillknicklinien kalibriert werden und somit für einachsige Biegung um die y -Achse die gleiche Traglast haben. Ziel der Untersuchung ist es, Unterschiede zwischen den beiden Traglastkurven für zweiachsige Biegung aufzuzeigen, die aus Plastizierungen im Träger (Fließzonen) und somit einem veränderlichen Verlauf der Steifigkeit des elastischen Restquerschnitts resultieren, welche das Ersatzimperfektionsverfahren nicht erfasst. Solche Vergleiche wurden bereits von WAGENKNECHT in [31] für den Stabilitätsfall Biegeknicken durchgeführt. Hier lag die nach dem Ersatzimperfektionsverfahren berechnete Traglastkurve vor allem bei Querschnitten mit einer großen plastischen Reserve ($\alpha_{pl} > 1,25$) in weiten Bereichen auf der unsicheren Seite.

3.5 Randbedingungen und Lasteinleitung

Die Randbedingungen des Einfeldträgers werden durch Linienlager an den Flanschen und am Steg berücksichtigt, die fest für Verschiebungen in y - sowie z -Richtung sind (vgl. Abb. 11). Auf diese Weise wird ein Gabellager modelliert, das Verdrehungen verhindert aber Verwölbungen zulässt. Zu berücksichtigende Normalkräfte werden an beiden Trägerenden in entgegengesetzter Richtung in Form von Linienlasten – relativ zur Dehnsteifigkeit $E \cdot A$ von Flanschen und Steg – aufgebracht. In Trägermitte wird ein Knotenlager angeordnet, das fest für Verschiebungen in x -Richtung ist. Erwartungsgemäß entstehen hier keine Auflagerkräfte, da die Normalkraft an beiden Trägerenden eingeleitet wird, so dass ein Gleichgewicht entsteht. Das Knotenlager in Trägermitte ist allerdings notwendig, damit das statische System nicht verschieblich ist.

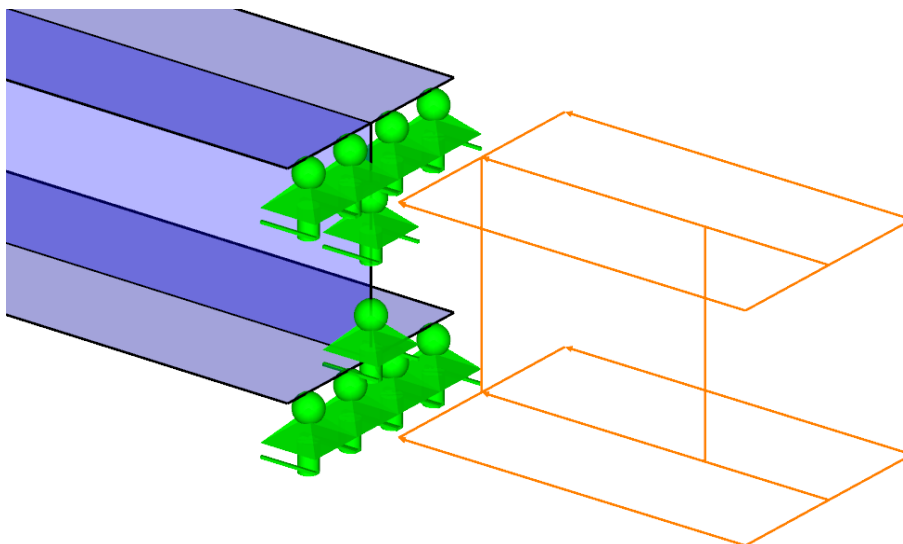


Abb. 11: Liniengelagertes Trägerende mit Normalkrafteinleitung in RFEM

Gleichstreckenlasten in y -Richtung werden auf beide Flansche aufgeteilt, wohingegen Gleichstreckenlasten in z -Richtung nur am Obergurt eingeleitet werden.

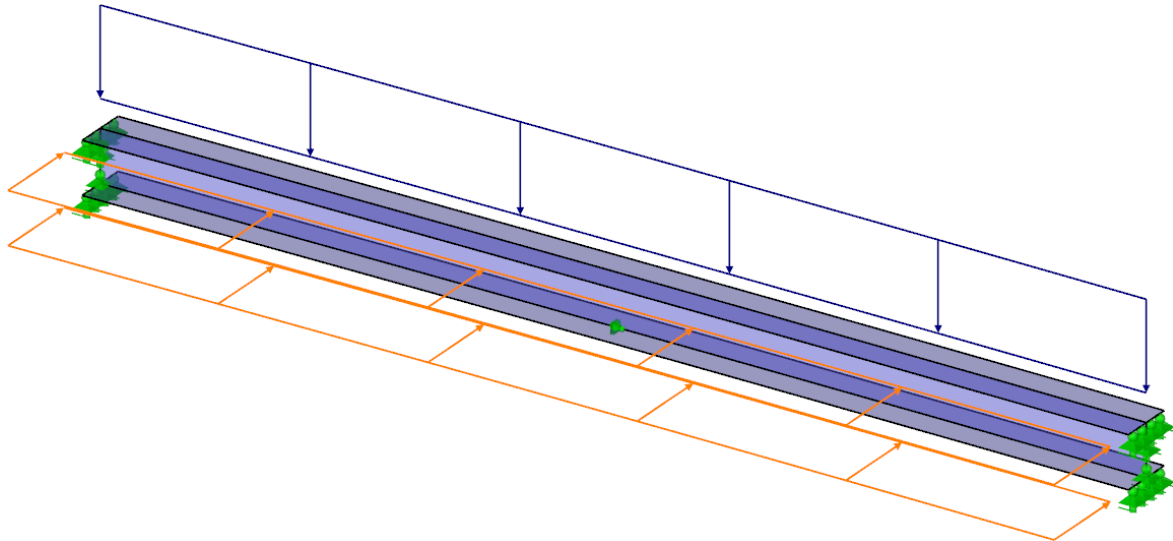


Abb. 12: Querlasteinleitung in y - und z -Richtung in RFEM

Durch die Lasteinleitung der Gleichstreckenlast in z -Richtung am Obergurt entsteht beim Stabilitätsfall Biegedrillknicken ein zusätzliches Moment am verformten System um den Schubmittelpunkt mit destabilisierender Wirkung.

3.6 Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität

Um den Einfeldträger nach der strengen Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung ausgebreiteter Fließzonen zu berechnen, muss ein linear-elastisches/ ideal-plastisches Spannungs-Dehnungs-Gesetz wie in Abb. 6 bei den Materialeigenschaften definiert werden. Dies kann in RFEM erfolgen, indem die Vergleichsspannung nach MISES auf den Wert der Streckgrenze limitiert wird:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \leq \sigma_{v,\text{lim}} = f_y / \gamma_M \quad (38)$$

Sind plastische Materialeigenschaften zu berücksichtigen, wird die Berechnung in RFEM iterativ mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren durchgeführt, wobei das nichtlineare Gleichungssystem numerisch über iterative Näherungen mit Tangenten gelöst wird (vgl. Abschnitt 2.4). Über die Konvergenzschranke kann Einfluss auf die Berechnung genommen werden. Als minimaler Wert für diesen Faktor ist 0,1 zulässig, als maximaler Wert 10,0. Je größer der Wert, desto unempfindlicher ist die Abbruchschranke. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Faktor 1,0 verwendet.

Bei Berechnungen mit dem linear-elastischen/ ideal-plastischen Spannungs-Dehnungs-Gesetz treten allerdings Probleme in RFEM auf. Zum Teil kann während der NEWTON-RAPHSON-Iteration frühzeitig kein Gleichgewicht mehr gefunden werden. Diese Problematik kann durch eine Anpassung des Werkstoffverhaltens umgangen werden. Eine erste Anpassung erfolgt durch ein Abweichen von der HOOKEschen Gerade beim 0,9-fachen Wert der Fließdehnung ε_y (vgl. Abb. 13). Beim 1,45-fachen Wert der Fließdehnung wird der E-Modul erneut angepasst und letztendlich bei der doppelten Fließdehnung die Streckgrenze f_y erreicht. Darüber hinaus wird nach Erreichen der Streckgrenze gemäß Anhang C zu [8] eine Pseudowiederverfestigung mit einem sehr kleinen E-Modul ($E_{pv}=E/10000$) berücksichtigt. Durch diese Anpassungen des Werkstoffverhaltens können die zuvor beschriebenen Probleme bei der NEWTON-RAPHSON-Iteration umgangen und realistische Traglasten bei den untersuchten Stabilitätsfällen berechnet werden.

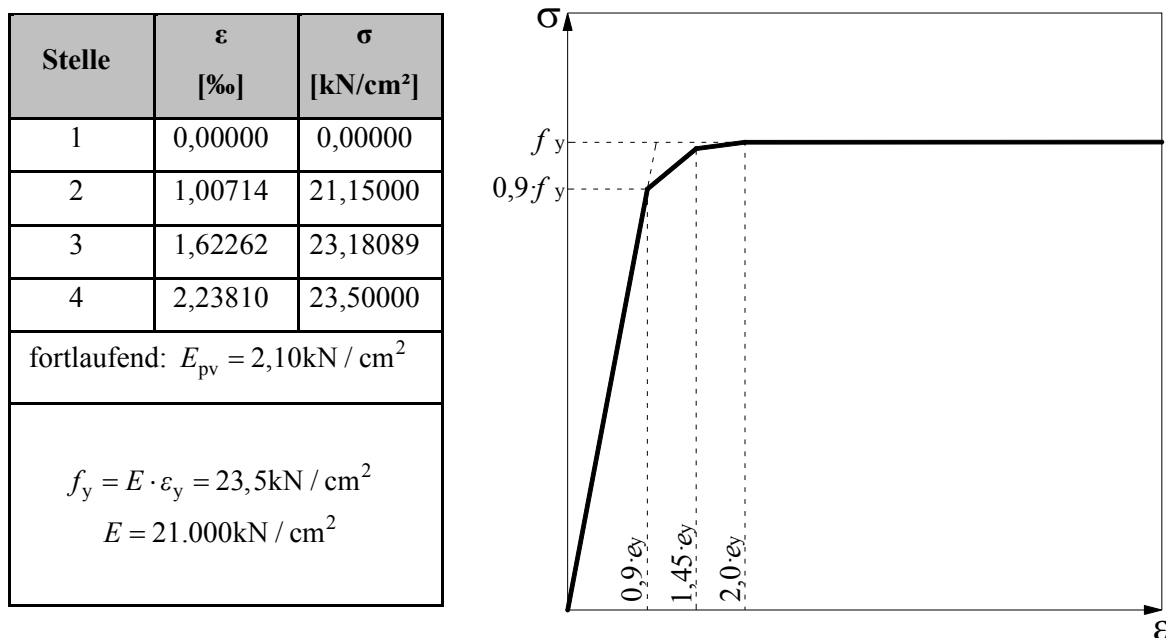


Abb. 13: Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung in RFEM mit Werten für $f_y=23,5\text{kN/cm}^2$

3.7 Berechnungsmethodik

In RFEM kann für die eingegebenen Lastgruppen ein Lastfallfaktor festgelegt werden. Alle Lasten einer Lastgruppe – zum Beispiel q_y und q_z bei zweiachsiger Biegung - werden für die Berechnung mit diesem Faktor multipliziert. Durch manuelle Iteration des Lastfallfaktors kann die Traglast bestimmt werden. Sie ist gefunden, wenn für den nächst größeren Lastfallfaktor das System kinematisch wird, das heißt kein Gleichgewicht mehr gefunden werden kann. Der entsprechende Lastfallfaktor entspricht dem Eigenwert des teilplastizierten Systems. Auf diese Weise lassen sich andere Traglastkurven nachrechnen und Abweichungen davon feststellen. Die zu einer ermittelten Traglast zugehörige Verformungsfigur sollte überprüft werden und der zu erwartenden Eigenform

entsprechen, da die Berechnungen am imperfekten System erfolgen. Letztendlich liefert die Verformungsfigur eine Aussage über den stabilitätsgefährdeten Bereich des statischen Modells. Hinsichtlich der Genauigkeit ist zu sagen, dass der Lastfallfaktor bei der manuellen Iteration im Rahmen dieser Arbeit in Hundertstel-Schritten gesteigert wird.

Die geometrisch nichtlineare Berechnung erfolgt nach Theorie III. Ordnung, so dass die Schnittgrößen am stark verformten System bestimmt werden. Bei der Berücksichtigung der großen Verformungen ist es oft schwierig, ein Gleichgewicht zu finden. Instabilitäten können umgangen werden, indem die Belastung in mehreren Schritten aufgebracht wird. Wenn in diesem Eingabefeld zum Beispiel zwei Laststeigerungen vorgesehen sind, wird zunächst im ersten Schritt die Hälfte der Last aufgebracht. Es wird so lange iteriert, bis das Gleichgewicht gefunden ist. Dann wird in einem zweiten Schritt auf das bereits verformte System der Rest der Belastung aufgebracht und wieder bis zum Gleichgewicht iteriert. Im Rahmen dieser Arbeit wird mit 100 Laststeigerungen gearbeitet.

3.8 Validierung der Berechnungsmethodik

Zur Validierung der in den vorigen Abschnitten beschriebenen Berechnungsmethodik nach der Fließzonentheorie sollen bereits vorhandene Traglastkurven nachgerechnet werden. Hierfür bieten sich die Traglastkurven aus [26] von ROIK/ WAGENKNECHT an. Diese behandeln ausführlich den Einfeldträger mit Druck und einachsiger Biegung und eignen sich besonders für diesen Vergleich, da in dieser Arbeit die geometrischen Imperfektionen ebenfalls so gewählt wurden, dass gerade die zentrische Tragfähigkeit nach den Europäischen Knicklinien erreicht wird (vgl. Abschnitt 3.4). Es wird im Folgenden eine Traglastkurve für Biegeknicken um die schwache Achse nachgerechnet. Die Traglastkurven gehen auf das Jahr 1977 zurück und es soll im Umkehrschluss zusätzlich die Genauigkeit dieser Kurven mit Hilfe moderner Berechnungsmethoden beurteilt werden. Anschließend soll auch eine Traglastkurve für den Stabilitätsfall Biegedrillknicken mit zweiachsiger Biegung nachgerechnet werden. Hierzu gibt es sehr wenige Untersuchungen, aber in [23] konnte eine entsprechende Traglastkurve gefunden werden, die in Abschnitt 3.8.2 nachgerechnet wird.

3.8.1 Biegeknicken um die schwache Achse

Zur Validierung der Berechnungsmethodik nach der Fließzonentheorie mit dem Programm RFEM wird eine Traglastkurve für Normalkraft mit einachsiger Biegung um die schwache Achse aus [26] nachgerechnet. Das zu untersuchende statische System ist ein Einfeldträger mit gelenkiger Lagerung und parabelförmigem Momentenverlauf. Bei der Darstellung der Traglastkurve ist zu beachten, dass auf der Abszisse das planmäßige Biegemoment nach Theorie I. Ordnung aufgetragen ist. Dieses Moment wird normiert in der Form $M_z M_{pl,z,Rk}$ dargestellt, wobei $M_{pl,z,Rk}$ der

plastischen Momententragfähigkeit entspricht. Auf der Ordinate wird die ebenfalls normierte Normalkraft aufgetragen. Hier erfolgt die Normierung in der Form $N/N_{b,Rk}$, wobei $N_{b,Rk}$ die Knickbeanspruchbarkeit des reinen Druckstabs ist. Die Länge des Einfeldträgers wird in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad für Biegeknicken nach Gleichung (38) ermittelt. Hier ist der Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_z$ entsprechend der nachzurechnenden Traglastkurve einzusetzen:

$$L = \frac{\bar{\lambda}_z \cdot \lambda_1 \cdot i_z}{1,0} \quad (38)$$

Für die geometrischen und strukturellen Imperfektionen wird – wie in Abschnitt 3.4 beschrieben – eine repräsentative Vorverformung in y -Richtung mit dem Stich $v_{0,d}$ so festgelegt, dass sich unter reiner Druckbeanspruchung gerade die Traglast $N_{b,Rk}$ entsprechend der Europäischen Knickspannungskurve ergibt.

$$N_{b,Rk} = \chi \cdot N_{pl} \quad (39)$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (40)$$

$$\Phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \text{ mit } \alpha \text{ gemäß europäischen Knickspannungslinien} \quad (41)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (42)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2} \quad (43)$$

Die zur Ermittlung der Traglastkurve anzusetzenden Lasten ergeben sich durch Rückrechnung einzelner Punkte der Traglastkurven aus [26]. Der Quotient $M_z/M_{pl,z,Rk}$ wird aus der gewählten Traglastkurve abgelesen und dann nach M_z aufgelöst. Aus M_z lässt sich jetzt die Querlast in y -Richtung bestimmen:

$$q_y = \frac{M_z \cdot 8}{L^2} \quad (44)$$

Der Quotient $N/N_{b,Rk}$ wird ebenfalls aus der gewählten Traglastkurve abgelesen und dann nach N aufgelöst. Die hierfür benötigte Knickbeanspruchbarkeit des reinen Druckstabs $N_{b,Rk}$ wird gemäß [7] mit den Gleichungen (39) bis (43) berechnet.

Tabelle 25: Traglasten nach FZT für Biegeknicke um die schwache Achse

HEB 200: Traglasten für Biegeknicke um die schwache Achse (z-z)								
$\bar{\lambda}_z = 0,80$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]		γ_{M1}		
RFEM		443		24,0		1,00		
[26]		310						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
[26]	$N/N_{b,Rk}$	1,000	0,784	0,597	0,395	0,179	0,074	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	1,000
RFEM	Lastfaktor	1,00	1,01	1,01	1,02	1,02	1,01	0,97
	$N/N_{b,Rk}$	1,000	0,792	0,603	0,403	0,183	0,075	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,202	0,404	0,612	0,816	0,909	0,970

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$N/N_{b,Rk}$ (RFEM)	$N/N_{b,Rk}$ ([26])
0,0	1,000	1,000
0,2	0,792	0,784
0,4	0,603	0,597
0,6	0,403	0,395
0,8	0,183	0,179
0,9	0,075	0,074
1,0	0,000	0,000

Die mit RFEM berechnete Traglastkurve zeigt nur geringe Abweichungen von der nachgerechneten Traglastkurve aus [26]. Die größte Abweichung beträgt drei Prozent für reine Biegung um die schwache Achse (vgl. Lastgruppe 7). Gemäß der mit RFEM berechneten Traglast können bei reiner Biegung um die schwache Achse nur 97 Prozent der vollplastischen Momententragsfähigkeit $M_{pl,z,Rk}$ aufgenommen werden. Dies scheint jedoch ein realistischer Wert zu sein, da für eine vollständige Ausnutzung der vollplastischen Momententragsfähigkeit $M_{pl,z,Rk}$ eine sehr große Krümmung vorliegen müsste. Die Abb. 14 und 15 zeigen die Fließzonen, die sich erwartungsgemäß für die untersuchten Lastgruppen in den Flanschen ausbreiten.

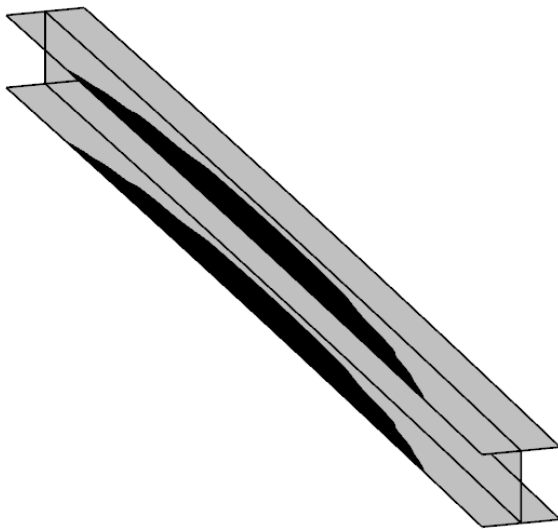


Abb. 14: Fließzonen für Lastgruppe 1

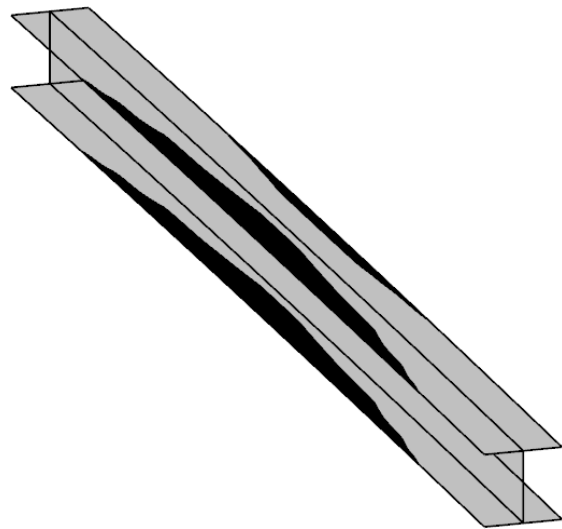


Abb. 15: Fließzonen für Lastgruppe 4

Die entsprechenden Verformungsfiguren im Traglastzustand können den Abb. 16 und 17 entnommen werden. Sie entsprechen den erwarteten Eigenformen für den Stabilitätsfall Biegeknicken um die schwache Achse.

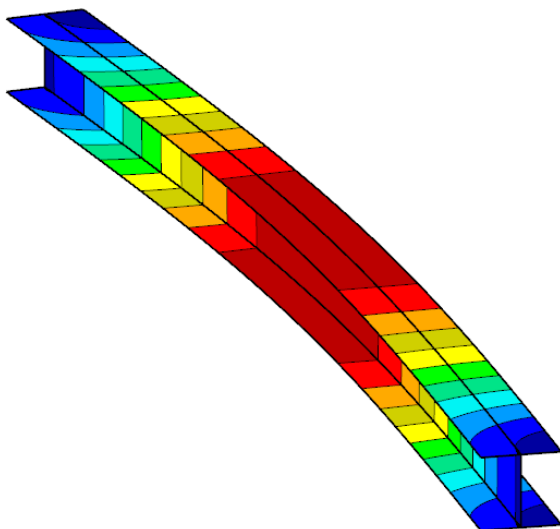


Abb. 16: Verformungen für Lastgruppe 1

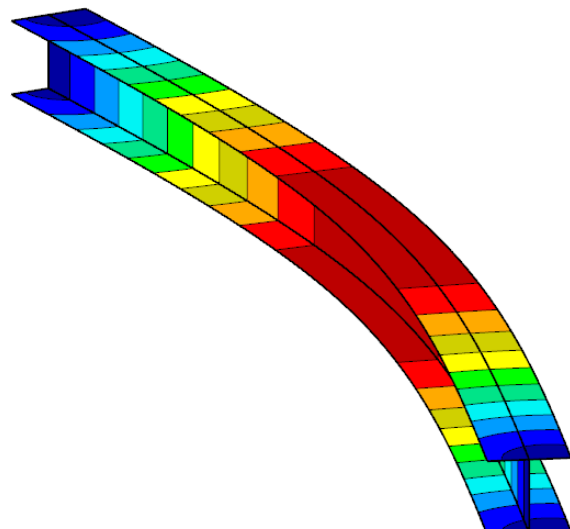


Abb. 17: Verformungen für Lastgruppe 4

Zusammenfassend werden die in RFEM berechneten Ergebnisse als ausreichend genau betrachtet, um weitere Stabilitätsfälle mit der in den Abschnitten 3.1 bis 3.7 beschriebenen Berechnungsmethodik nach der Fließzonentheorie zu untersuchen und eine realitätsnahe Aussage über das entsprechende Stabilitätsverhalten zu treffen. Im Umkehrschluss wurde stichprobenhaft gezeigt, dass die in [26] berechneten Traglasten mit Hilfe moderner Berechnungsmethoden nachgerechnet und deren Richtigkeit bestätigt werden kann.

3.8.2 Biegedrillknicken bei zweiachsiger Biegung

Zur weiteren Validierung der Berechnungsmethodik nach der Fließzonentheorie mit dem Programm RFEM wird eine Traglastkurve für Biegedrillknicken mit zweiachsiger Biegung von OFNER [23] nachgerechnet. Das zu untersuchende statische System ist ein Einfeldträger mit Gabellagerung und die Momentenverläufe um die y - sowie die z -Achse sind parabelförmig. Es ist zu berücksichtigen, dass in [23] für den Angriffspunkt der Querlast q_z die Schwerachse gewählt wurde. Da der Verlauf der beiden Kurven verglichen werden soll, wird die repräsentative Vorverformung in RFEM so gewählt, dass sich für einachsige Biegung um die y -Achse die gleiche Traglast wie in [23] ergibt. Es werden die Traglasten für die nachzurechnende Kurve in [23] abgelesen und für diese mit RFEM – wie in Abschnitt 3.7 erläutert – bezogene Lastfaktoren berechnet, welche die Abweichungen von der nachgerechneten Kurve angeben. Bei der Darstellung der Traglastkurve ist zu beachten, dass auf der Abszisse das planmäßige Biegemoment nach Theorie I. Ordnung aufgetragen ist. Dieses Moment wird normiert in der Form $M_z/M_{pl,z,Rk}$ dargestellt, wobei $M_{pl,z,Rk}$ der plastischen Momententragfähigkeit um die z -Achse entspricht. Auf der Ordinate wird das ebenfalls normierte Biegemoment um die y -Achse aufgetragen. Hier erfolgt die Normierung in der Form $M_y/M_{pl,y,Rk}$, wobei $M_{pl,y,Rk}$ die plastische Momententragfähigkeit um die y -Achse ist. Die Länge des Einfeldträgers kann direkt aus der Traglastkurve in [23] abgelesen werden.

Tabelle 26: Traglasten nach FZT für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung

IPE 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung							
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,98$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]		γ_{M1}	
RFEM		374		23,5		1,00	
OFNER [23]		1000+Eigenspannungen					
Vergleich der Traglasten							
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6
OFNER [23]	$M_y/M_{pl,y,Rk}$	0,68	0,56	0,46	0,37	0,25	k.A.
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	k.A.
RFEM	Lastfaktor	1,00	1,01	0,99	0,96	0,94	k.A.
	$M_y/M_{pl,y,Rk}$	0,680	0,566	0,455	0,355	0,235	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,202	0,396	0,576	0,752	0,950

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{pl,y,Rk}$ (RFEM)	$M_y/M_{pl,y,Rk}$ (aus [23])
0,00	0,680	0,680
0,20	0,566	0,566
0,40	0,455	0,455
0,60	0,355	0,370
0,80	0,235	0,250
0,95	0,000	-

Die Traglasten aus [23] konnten für die ersten drei Lastgruppen sehr genau mit RFEM nachgerechnet werden. Hier beträgt die Abweichung maximal ein Prozent. Allerdings steigt die Abweichung mit zunehmendem Verhältnis von M_y zu $M_{pl,y,Rk}$. Der Lastfaktor für die Lastgruppe 5 beträgt 0,94, so dass die Traglastkurve aus RFEM hier unterhalb der nachgerechneten Kurve liegt. Diese Unterschiede sind dadurch zu erklären, dass in [23] geometrische Imperfektionen in beide Richtungen angesetzt werden. Diese Vorgehensweise liefert zwar bei der Interaktion von M_y und einer Normalkraft stets die ungünstigste Traglast, jedoch trifft dies für die Interaktion von M_y und M_z nicht zu. Bei einem Einfeldträger, der in y -Richtung vorgekrümmt ist und durch eine Gleichstreckenlast q_z belastet wird, entsteht in Feldmitte neben dem planmäßigen Biegemoment M_y ein zusätzliches Wölbbimoment M_ω . In gleicher Weise entsteht bei einer Vorkrümmung in z -Richtung und einer Gleichstreckenlast q_y ein zusätzliches Wölbbimoment M_ω , das allerdings in entgegengesetzter Richtung wirkt. Somit ergeben sich durch Ansetzen von Vorkrümmungen in beide Richtungen Traglastreserven, weil die außerplanmäßigen Wölbbimomente bei zweiachsiger Biegung in entgegengesetzter Richtung wirken. Dieses Verhalten zeigt sich beim Vergleich der beiden Traglastkurven vor allem bei den Lastgruppen 5 und 6. Bei einachsiger Biegung um die y -Achse (Lastgruppe 1) hat die Vorkrümmung in z -Richtung keine Auswirkung auf die Traglast.

Die Abb. 18 bis 21 zeigen die erwarteten Fließzonen und Verformungen am imperfekten System für die Lastgruppen 1 und 3 für den Traglastzustand.

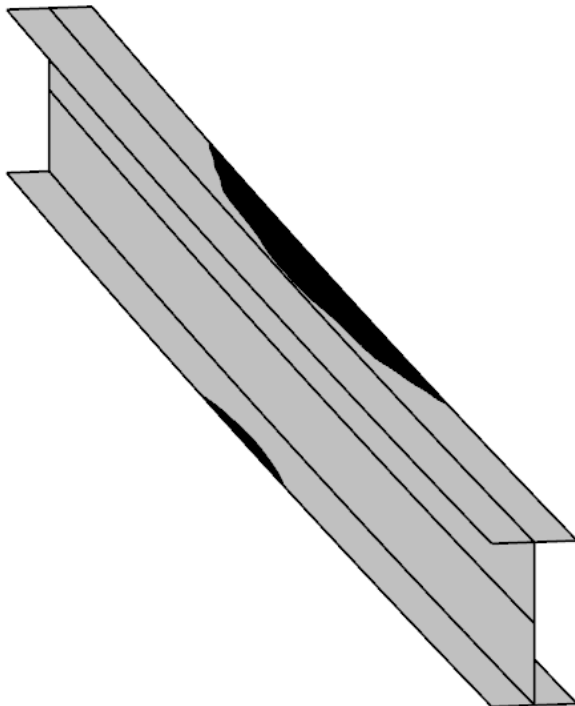


Abb. 18: Fließzonen für Lastgruppe 1

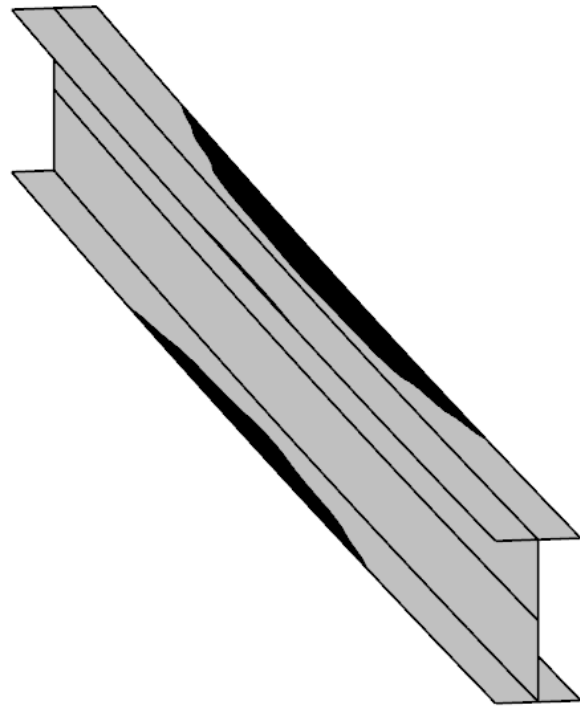


Abb. 19: Fließzonen für Lastgruppe 3

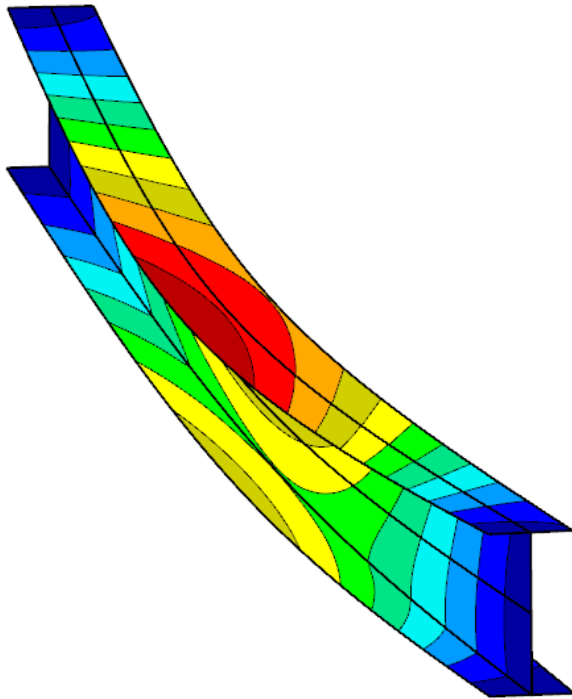


Abb. 20: Verformungen für Lastgruppe 1

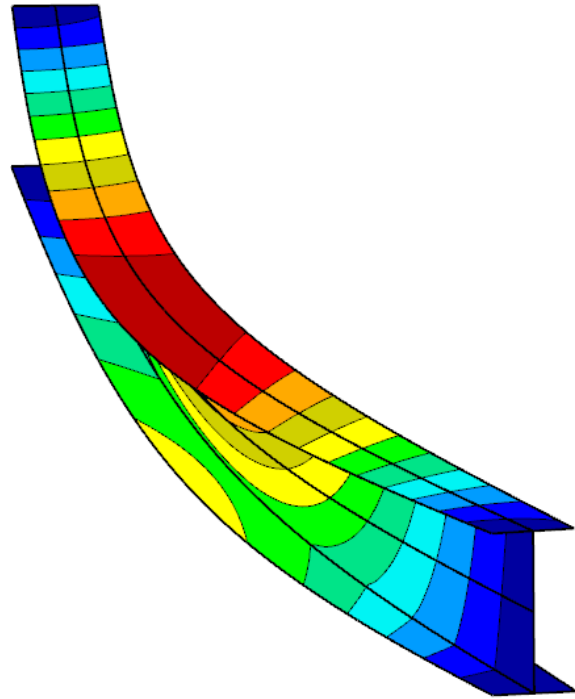


Abb. 21: Verformungen für Lastgruppe 3

Zusammenfassend werden die in RFEM berechneten Ergebnisse weiterhin als ausreichend genau betrachtet, um weitere Stabilitätsfälle mit der in den Abschnitten 3.1 bis 3.7 beschriebenen Berechnungsmethodik nach der Fließzonentheorie zu untersuchen und eine realitätsnahe Aussage über das entsprechende Stabilitätsverhalten zu treffen.

4. Traglasten bei Biegedrillknicken nach Fließzonentheorie und Ersatzimperfectionsverfahren

4.1 Allgemeines

Im folgenden Abschnitt sollen Traglastkurven für Biegedrillknicken nach der Fließzonentheorie für die Interaktion von M_y und M_z ermittelt und mit Traglastkurven des Ersatzimperfectionsverfahrens verglichen werden. Das betrachtete statische System ist ein Einfeldträger mit Gabellagerung und parabelförmigen Momentenverläufen um die y - und die z -Achse. Beide Traglastkurven werden – wie in Abschnitt 1.2 (EIV) bzw. Abschnitt 4.3 (FZT) erläutert – an den Europäischen Biegedrillknicklinien kalibriert und haben somit für einachsige Biegung um die y -Achse die gleiche Traglast. Auf diese Weise wird bewusst ausgeschlossen, dass sich bei Berechnungen mit der Fließzonentheorie Traglasten ergeben, die größer sind als diejenigen, die der Eurocode 3 [7] zulässt. Ziel der Untersuchung ist es, Unterschiede zwischen den beiden Traglastkurven für zweiachsige Biegung aufzuzeigen, die aus Plastizierungen im Träger (Fließzonen) und somit einem veränderlichen Verlauf der Steifigkeit des elastischen Restquerschnitts resultieren, welche das Ersatzimperfectionsverfahren nicht erfasst. Solche Vergleiche wurden bereits von WAGENKNECHT in [31] für den Stabilitätsfall Biegeknicken durchgeführt. Hier lag die nach dem Ersatzimperfectionsverfahren berechnete Traglastkurve vor allem bei Querschnitten mit einer großen plastischen Reserve ($\alpha_{pl} > 1,25$) in weiten Bereichen auf der unsicheren Seite.

Die erste Vergleichskurve wird nach dem Erstimperfectionsverfahren mit der in Abschnitt 1 vorgestellten Methodik berechnet. Dabei wird für ein vorgegebenes Verhältnis von M_z zu $M_{pl,z,Rk}$ das noch aufnehmbare Moment M_y nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung so bestimmt, dass der Querschnitt in Feldmitte vollständig nach dem Teilschnittgrößenverfahren ausgenutzt ist. Hierzu werden die repräsentativen Ersatzimperfectionen aus den Tabellen 16 und 20 verwendet. Auf diese Weise werden die entsprechenden noch aufnehmbaren Momente M_y für $M_z/M_{pl,z,Rk}$ -Verhältnisse von 0,00/ 0,20/ 0,40/ 0,60/ 0,80/ 0,90 bestimmt. Ein weiterer Punkt der Traglastkurve wird für reine Biegung um die z -Achse berechnet. Die Ergebnisse zeigen, dass bei keinem untersuchten Fall das vollplastische Biegemoment $M_{pl,z,Rk}$ vollständig ausgenutzt werden kann, was auf den Querschnittsnachweis mit dem Teilschnittgrößenverfahren zurückzuführen ist. Hier werden für die Beanspruchbarkeit des Querschnitts für Momente um die z -Achse nur die Flansche angesetzt (vgl. Gleichung (14) und (15)). Dahingegen wird in KSTAB bei der Schnittgrößenberechnung nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung der vollständige Walzquerschnitt mit Ausrundungen berücksichtigt. Das vollplastische Biegemoment $M_{pl,z,Rk}$ sowie die Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rk}$ werden ebenfalls unter Berücksichtigung des vollständigen Walzquerschnitts mit Ausrundungen ermittelt.

Die Traglasten der zweiten Vergleichskurve werden nach der Fließzonentheorie – wie in Abschnitt 3.7 erläutert - mit Hilfe von Lastfaktoren bezogen auf die Traglasten des Ersatzimperfektionsverfahrens bestimmt.

Bei der Darstellung der Traglastkurven ist zu beachten, dass die planmäßigen Biegemomente nach Theorie I. Ordnung aufgetragen werden. Auf der Ordinate wird das Biegemoment M_y normiert in der Form $M_y/M_{b,Rk}$ dargestellt, wobei $M_{b,Rk}$ dem Bemessungswert der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit gemäß [7] entspricht. Auf der Abszisse wird das ebenfalls normierte Biegemoment M_z aufgetragen. Hier erfolgt die Normierung in der Form $M_z/M_{pl,z,Rk}$, wobei $M_{pl,z,Rk}$ die plastische Momententragfähigkeit um die schwache Achse ist. Beide Traglastkurven werden nach dem Eurocode 3 mit $f_{yk}=23,5\text{kN/cm}^2$ (S 235) und $\gamma_{M1}=1,00$ berechnet.

In Tabelle 27 sind die Profile, die für verschiedene Schlankheitsgrade untersucht werden sollen, orange markiert. Bei den hellblau markierten Feldern wird das Querschnittsversagen am Auflager maßgebend und die Biegedrillknickgefahr des Trägers ist als gering einzuschätzen. Bei den grün markierten Fällen sind die Verdrehungen größer als 0,3 rad und somit die trigonometrischen Näherungen für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung nicht mehr genau. Die Zahlenwerte in Tabelle 27 geben die repräsentativen Ersatzimperfektionen für Berechnungen mit dem Ersatzimperfektionsverfahren an, die in Abschnitt 1 ermittelt wurden.

Tabelle 27: Querschnittsauswahl für Traglasten-Vergleiche

Profil	h/b	$j=L/v_{o,d}$										
		$\bar{\lambda}_{LT}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50
IPE 200	2,00	734	322	230	201	200	220	255	306	379	485	651
HEA 400	1,41	656	307	221	193	192	210	237	277	338	432	582
HEB 200	1,00	331	164	125	119	122	130	146	173	215	285	408
HEM 400	1,41	160	98	90	89	94	103	118	141	177	237	343
HEM 200	1,07	92	74	70	69	72	79	90	108	135	180	259
IPE 500	2,50	316	206	171	162	165	178	196	218	240	259	274
HEM 650	2,19	188	133	110	102	102	106	112	119	127	136	144

Bei den nachfolgenden Vergleichen der Traglastkurven wird die maximale Abweichung, bei der eine Bemessung mit dem Ersatzimperfektionsverfahren auf der unsicheren Seite liegt, in den Tabellen besonders hervorgehoben.

4.2 Diagramme der Traglasten-Vergleiche zwischen FZT und EIV

Tabelle 28: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

IPE 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]		γ_{M1}		
EIV		230		23,5		1,00		
FZT		841						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,914	0,779	0,607	0,313	0,118	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,953
FZT	Lastfaktor	1,00	0,92	0,89	0,88	0,95	0,99	0,99
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,841	0,693	0,534	0,297	0,116	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,184	0,356	0,528	0,760	0,891	0,943

Das Diagramm zeigt den Vergleich der Traglasten zwischen EIV (KSTAB) und FZT (RFEM). Die Y-Achse stellt das Verhältnis $M_y/M_{b,Rk}$ dar, die X-Achse das Verhältnis $M_z/M_{pl,z,Rk}$. Die EIV-Kurve (schwarz) ist eine glatte Kurve, die von (0,0, 1,0) bis (1,0, 0,0) verläuft. Die FZT-Kurve (blau) ist eine geradlinige Linie, die von (0,0, 1,0) bis (1,0, 0,0) verläuft. Die FZT-Kurve liegt unterhalb der EIV-Kurve.

Tabelle 29: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

IPE 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		200	23,5			1,00		
FZT		646						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,869	0,717	0,520	0,266	0,104	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,953
FZT	Lastfaktor	1,00	0,96	0,94	0,96	1,00	1,01	0,99
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,834	0,674	0,499	0,266	0,105	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,192	0,376	0,576	0,800	0,909	0,943

Tabelle 30: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$

IPE 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		255	23,5			1,00		
FZT		555						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,862	0,703	0,514	0,275	0,113	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,953
FZT	Lastfaktor	1,00	0,98	0,98	0,99	1,02	1,02	1,00
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,844	0,689	0,509	0,280	0,115	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,196	0,392	0,594	0,816	0,918	0,953

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,862	0,844
0,4	0,703	0,689
0,6	0,514	0,509
0,8	0,275	0,280
0,9	0,113	0,115
1,0	0,000	0,000

Tabelle 31: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

HEA 400: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		221	23,5			1,00		
FZT		614						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,904	0,772	0,614	0,386	0,192	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,979
FZT	Lastfaktor	1,00	0,94	0,90	0,88	0,91	0,96	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,850	0,695	0,540	0,351	0,184	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,188	0,360	0,528	0,728	0,864	0,960

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,904	0,850
0,4	0,772	0,695
0,6	0,614	0,528
0,8	0,386	0,351
0,9	0,192	0,184
1,0	0,000	0,000

Tabelle 32: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

HEA 400: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		192	23,5			1,00		
FZT		401						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,874	0,737	0,571	0,333	0,169	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,979
FZT	Lastfaktor	1,00	0,97	0,94	0,93	0,96	0,98	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,848	0,693	0,531	0,320	0,166	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,194	0,376	0,558	0,768	0,882	0,960

Das Diagramm zeigt die Traglasten-Vergleichsdaten zwischen EIV (KSTAB) und FZT (RFEM). Die Y-Achse zeigt das Verhältnis der Biegemomente $M_y/M_{b,Rk}$ von 0,0 bis 1,0. Die X-Achse zeigt das Verhältnis der Drehmomente $M_z/M_{pl,z,Rk}$ von 0,0 bis 1,0. Die EIV-Kurve (schwarz) ist steiler als die FZT-Kurve (blau).

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,874	0,848
0,4	0,737	0,693
0,6	0,571	0,531
0,8	0,333	0,320
0,9	0,169	0,166
1,0	0,000	0,000

Tabelle 33: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$

HEA 400: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		237	23,5			1,00		
FZT		335						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,877	0,739	0,570	0,340	0,184	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,979
FZT	Lastfaktor	1,00	0,99	0,98	0,98	1,00	1,00	0,99
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,868	0,724	0,558	0,340	0,184	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,198	0,392	0,588	0,800	0,900	0,970

Tabelle 34: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEB 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

HEB 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}			
EIV		125		23,5	1,00			
FZT		210						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,896	0,778	0,635	0,431	0,247	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,981
FZT	Lastfaktor	1,00	0,96	0,92	0,90	0,91	0,95	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,860	0,716	0,571	0,392	0,235	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,192	0,368	0,540	0,728	0,855	0,961

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,896	0,860
0,4	0,778	0,716
0,6	0,635	0,571
0,8	0,431	0,392
0,9	0,247	0,235
1,0	0,000	0,000

Tabelle 35: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEB 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

HEB 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}				
EIV		122	23,5	1,00				
FZT		140						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,898	0,781	0,636	0,421	0,244	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,981
FZT	Lastfaktor	1,00	0,97	0,94	0,93	0,96	0,99	1,00
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,871	0,735	0,591	0,404	0,241	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,194	0,376	0,558	0,768	0,891	0,981

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,898	0,871
0,4	0,781	0,735
0,6	0,636	0,558
0,8	0,421	0,404
0,9	0,244	0,241
1,0	0,000	0,000

Tabelle 36: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

HEM 400: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}				
EIV		90	23,5	1,00				
FZT		229						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,891	0,771	0,626	0,420	0,231	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,975
FZT	Lastfaktor	1,00	0,95	0,91	0,89	0,91	0,95	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,847	0,701	0,557	0,382	0,219	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,190	0,364	0,534	0,728	0,855	0,955

Tabelle 37: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

HEM 400: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}			
EIV		94		23,5	1,00			
FZT		217						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,888	0,765	0,619	0,408	0,233	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,975
FZT	Lastfaktor	1,00	0,96	0,94	0,92	0,94	0,99	1,00
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,852	0,719	0,570	0,383	0,231	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,192	0,376	0,552	0,752	0,891	0,975

Tabelle 38: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

HEM 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}			
EIV		70		23,5	1,00			
FZT		163						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,903	0,792	0,657	0,467	0,299	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,977
FZT	Lastfaktor	1,00	0,96	0,92	0,89	0,90	0,94	1,00
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,867	0,729	0,585	0,420	0,281	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,192	0,368	0,534	0,720	0,846	0,977

Tabelle 39: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

HEM 200: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}				
EIV		72	23,5	1,00				
FZT		121						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,904	0,795	0,661	0,467	0,303	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,977
FZT	Lastfaktor	1,00	0,98	0,96	0,95	0,97	0,99	1,00
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,886	0,764	0,628	0,453	0,300	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,196	0,384	0,570	0,776	0,891	0,977

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,904	0,886
0,4	0,795	0,764
0,6	0,661	0,628
0,8	0,467	0,453
0,9	0,303	0,300
1,0	0,000	0,000

Tabelle 40: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

IPE 500: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		171	23,5			1,00		
FZT		660						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,914	0,772	0,553	0,265	0,097	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,953
FZT	Lastfaktor	1,00	0,93	0,90	0,92	0,97	0,98	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,850	0,695	0,509	0,257	0,095	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,186	0,360	0,552	0,776	0,882	0,934

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
0,0	1,000	1,000
0,2	0,914	0,850
0,4	0,772	0,695
0,6	0,553	0,509
0,8	0,265	0,257
0,9	0,097	0,095
1,0	0,000	0,000

Tabelle 41: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

IPE 500: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		165	23,5			1,00		
FZT		546						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,863	0,684	0,476	0,232	0,086	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,953
FZT	Lastfaktor	1,00	0,96	0,96	0,97	0,99	0,99	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,829	0,656	0,462	0,230	0,086	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,192	0,384	0,582	0,792	0,891	0,934

$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$	Method
0.0	1.0	EIV (KSTAB)
0.2	0.863	EIV (KSTAB)
0.4	0.684	EIV (KSTAB)
0.6	0.476	EIV (KSTAB)
0.8	0.232	EIV (KSTAB)
0.953	0.0	EIV (KSTAB)
0.0	1.0	FZT (RFEM)
0.192	0.829	FZT (RFEM)
0.384	0.656	FZT (RFEM)
0.582	0.462	FZT (RFEM)
0.792	0.230	FZT (RFEM)
0.934	0.0	FZT (RFEM)

Tabelle 42: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$

IPE 500: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		196	23,5			1,00		
FZT		489						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,844	0,671	0,475	0,237	0,090	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,953
FZT	Lastfaktor	1,00	0,98	0,98	0,98	1,00	0,99	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,827	0,658	0,465	0,237	0,089	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,196	0,392	0,588	0,800	0,891	0,934

Tabelle 43: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 650 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

HEM 650: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]	γ_{M1}			
EIV		110		23,5	1,00			
FZT		347						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,898	0,754	0,570	0,293	0,123	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,962
FZT	Lastfaktor	1,00	0,94	0,91	0,91	0,96	0,98	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,844	0,686	0,519	0,281	0,121	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,188	0,364	0,546	0,768	0,882	0,942

Lastgruppe	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	$M_y/M_{b,Rk}$ (EIV)	$M_y/M_{b,Rk}$ (FZT)
1	0,000	1,000	1,000
2	0,200	0,898	0,844
3	0,400	0,754	0,686
4	0,600	0,570	0,519
5	0,800	0,293	0,281
6	0,900	0,123	0,121
7	0,962	0,000	0,000

Tabelle 44: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 650 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$

HEM 650: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,00$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$	f_y [kN/cm ²]			γ_{M1}		
EIV		102	23,5			1,00		
FZT		288						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,869	0,719	0,529	0,286	0,127	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,962
FZT	Lastfaktor	1,00	0,97	0,95	0,96	0,99	0,99	0,98
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,843	0,683	0,508	0,283	0,125	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,194	0,380	0,576	0,792	0,891	0,942

Das Diagramm zeigt den Vergleich der Traglasten zwischen EIV (KSTAB) und FZT (RFEM). Die Y-Achse stellt das Verhältnis $M_y/M_{b,Rk}$ dar, die X-Achse das Verhältnis $M_z/M_{pl,z,Rk}$. Die EIV-Kurve (schwarz) ist eine Gerade von (0,0; 1,0) bis (1,0; 0,0). Die FZT-Kurve (blau) verläuft unterhalb der EIV-Kurve und ist ebenfalls eine Gerade von (0,0; 1,0) bis (1,0; 0,0).

Tabelle 45: Traglasten-Vergleich zwischen FZT und EIV: HEM 650 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$

HEM 650: Traglasten für Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$		f_y [kN/cm ²]		γ_{M1}		
EIV		112		23,5		1,00		
FZT		236						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
EIV	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,869	0,717	0,538	0,306	0,145	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,900	0,962
FZT	Lastfaktor	1,00	0,98	0,98	0,99	1,01	1,01	1,00
	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,852	0,703	0,532	0,309	0,146	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,196	0,392	0,594	0,808	0,909	0,962

4.3 Auswertung des Traglasten-Vergleichs

Bei Untersuchungen des Stabilitätsfalls Biegeknicken stellt WAGENKNECHT in [31] fest, dass nach dem Ersatzimperfektionsverfahren berechnete Traglastkurven vor allem bei Querschnitten mit einer großen plastischen Reserve ($\alpha_{pl} > 1,25$) in weiten Bereichen auf der unsicheren Seite gegenüber Traglastberechnungen nach der Fließzonentheorie liegen. Es wird vermutet, dass solche Abweichungen auch beim Stabilitätsfall Biegedrillknicken auftreten, da hier bei den I- und H-Profilen stets ein Querschnitt mit einer plastischen Reserve von $\alpha_{pl} > 1,25$ vorliegt. In Abschnitt 4.2 wurden Traglastkurven des Stabilitätsfalls Biegedrillknicken nach der Fließzonentheorie für die Interaktion von M_y und M_z ermittelt und mit Traglastkurven des Ersatzimperfektionsverfahrens verglichen. Das betrachtete statische System ist ein Einfeldträger mit Gabellagerung und parabelförmigen Momentenverläufen um die y - und die z -Achse. Hierbei wurden verschiedene Profile der Biegedrillknicklinien b und c mit Schlankheitsgraden 0,80, 1,00 und 1,20 berücksichtigt (vgl. Tabelle 27). Die Vergleiche in den Tabellen 28 bis 45 bestätigen die Vermutung und zeigen, dass Abweichungen zwischen beiden Traglastkurven vorliegen, die aus Plastizierungen im Träger (Fließzonen) und somit einem veränderlichen Verlauf der Steifigkeit des elastischen Restquerschnitts resultieren, welche das Ersatzimperfektionsverfahren nicht erfasst. Diese Abweichungen sind bei allen untersuchten Profilen unter den berücksichtigten Schlankheitsgraden besonders groß für $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$. Hier liegen die Traglastkurven des Ersatzimperfektionsverfahrens im ganzen Bereich auf der unsicheren Seite mit maximalen Überschreitungen von 13,6 Prozent bei den Walzprofilen IPE 200 sowie HEA 400. Mit zunehmendem Schlankheitsgrad nimmt die Abweichung bei allen untersuchten Profilen ab, so dass für $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$ nur noch geringe Unterschiede zwischen den beiden Traglastkurven bestehen. Im Allgemeinen werden Überschreitung gegenüber Traglastberechnungen nach der Fließzonentheorie von bis zu fünf Prozent toleriert. Um diese Grenze bei allen Schlankheitsgraden einzuhalten wird im nächsten Abschnitt ein Bemessungsvorschlag formuliert und dieser anhand der kritischen Fälle, also für geringe Schlankheitsgrade, untersucht.

5. Bemessungsvorschlag bei Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung

5.1 Ableitung eines Bemessungsvorschlags für Biegedrillknicken

Zusammenfassend wurde in Abschnitt 1 festgestellt, dass Traglasten bei Biegedrillknicken infolge einachsiger Biegung um die y -Achse, die mit dem Ersatzimperfectionsverfahren nach Eurocode 3 [7] berechnet werden, erheblich auf der unsicheren Seite liegen. Dies ist auf die in [7] vorgeschlagenen Ersatzimperfectionen zurückzuführen. Auch wurde in Abschnitt 1 gezeigt, dass die anzusetzenden Ersatzimperfectionen von vielen Faktoren abhängen. Aus dieser Überlegung resultieren die in den Tabellen 5 bis 23 festgehaltenen repräsentativen Ersatzimperfectionen, die alle Einflüsse, wie zum Beispiel den Schlankheitsgrad oder den Teilsicherheitsbeiwert, berücksichtigen. Eine vor allem für die Praxis geeignete und zufrieden stellende Lösung für den Ansatz geometrischer Ersatzimperfectionen wird von KINDMANN und BEIER-TERTEL in [15] vorgeschlagen. Diese zeigen, dass für den Stich $v_{0,d}$ der Vorkrümmung grundsätzlich für alle Profile $L/150$ angesetzt werden kann, ohne dass die Ergebnisse weit auf der unsicheren Seite liegen. Wenn Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung nachzuweisen ist, ergeben sich bei Berechnungen mit dem Ersatzimperfectionsverfahren, auch mit dem Ansatz der genauen repräsentativen Ersatzimperfectionen, Traglasten, die auf der unsicheren Seite liegen (vgl. Abschnitt 4). Dies ist zurückzuführen auf Plastizierungen im Träger (Fließzonen) und somit einen veränderlichen Verlauf der Steifigkeit des elastischen Restquerschnitts, welche das Ersatzimperfectionsverfahren bei gleichzeitiger Wirkung von M_y und M_z nicht erfasst. Auf Grundlage dieser Ergebnisse wird nebenstehender Bemessungsvorschlag für Berechnungen nach Eurocode 3 formuliert.

Im Folgenden soll der Bemessungsvorschlag für den Ansatz von repräsentativen Ersatzimperfectionen aber auch von $v_{0,d}=L/150$ bei gleichzeitiger Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_{M1} auf 1,1 untersucht werden. Unter Berücksichtigung des

Bemessungsvorschlags sollen erneut Traglastkurven erstellt und diese mit den kritischen Fällen der Traglastberechnungen nach der Fließzonentheorie verglichen werden. Es werden die Profile IPE 200, HEA 400 und IPE 500 jeweils für $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ untersucht.

Bei Biegedrillknicken ist für den Nachweis ausreichender Tragfähigkeit mit dem Ersatzimperfectionsverfahren der Teilsicherheitsbeiwert γ_{M1} stets um 0,1 zu erhöhen. Darüber hinaus ist ein geeigneter Ansatz geometrischer Ersatzimperfectionen zu treffen.

5.2 Diagramme der Traglasten-Vergleiche für den Bemessungsvorschlag

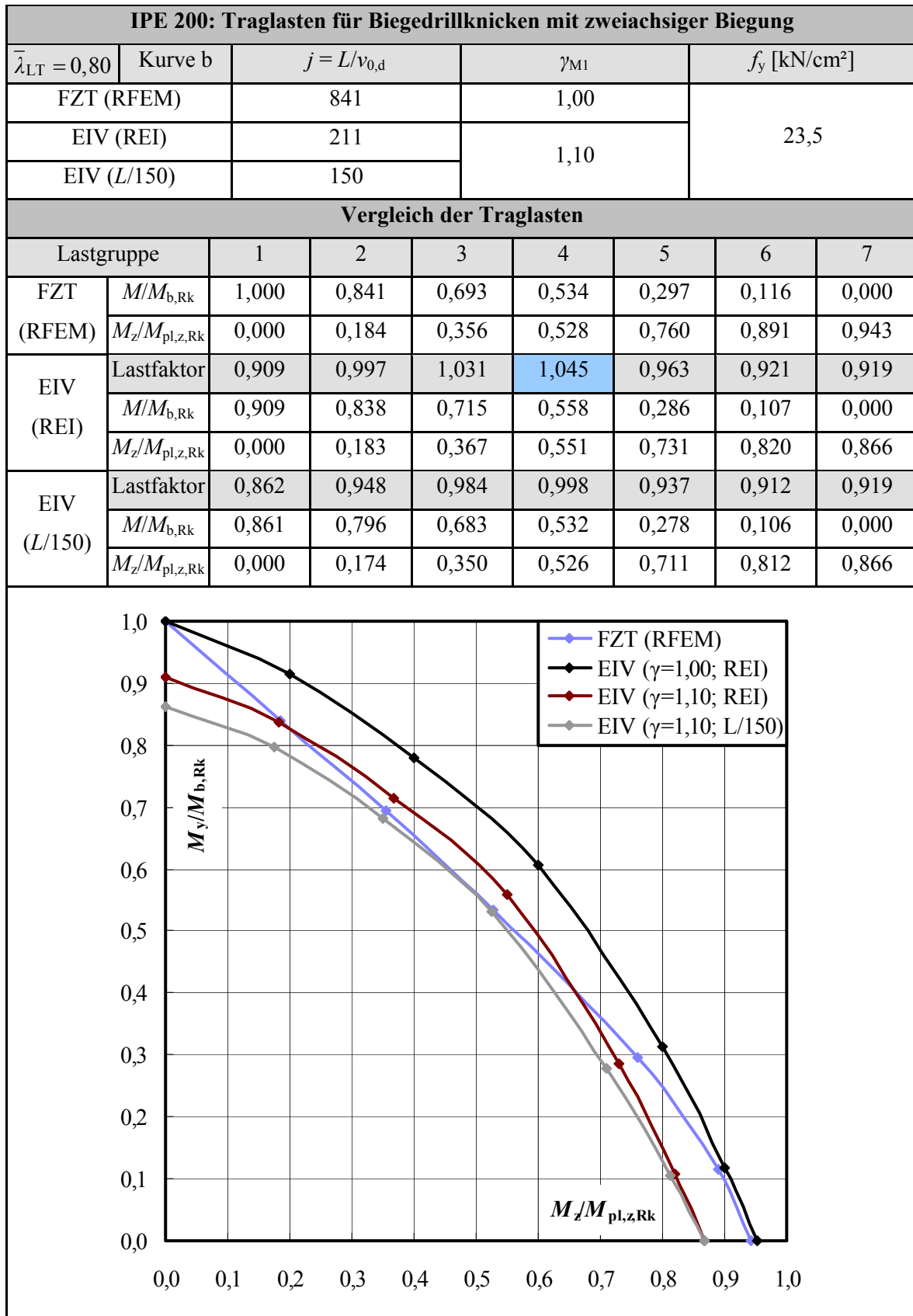
Tabelle 46: Traglasten-Vergleich für den Bemessungsvorschlag: IPE 200 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$ 

Tabelle 47: Traglasten-Vergleich für den Bemessungsvorschlag: HEA 400 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

HEA 400: Traglasten für Biegedrillknicken mit zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve b	$j = L/v_{0,d}$			γ_{M1}	f_y [kN/cm ²]		
FZT (RFEM)		614			1,00	23,5		
EIV (REI)		202			1,10			
EIV (L/150)		150						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
FZT (RFEM)	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,850	0,695	0,540	0,351	0,184	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,188	0,360	0,528	0,728	0,864	0,960
EIV (REI)	Lastfaktor	0,909	0,974	1,018	1,041	1,004	0,949	0,928
	$M/M_{b,Rk}$	0,909	0,828	0,707	0,562	0,353	0,174	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,183	0,366	0,550	0,731	0,820	0,890
EIV (L/150)	Lastfaktor	0,867	0,935	0,979	1,006	0,978	0,936	0,928
	$M/M_{b,Rk}$	0,867	0,794	0,680	0,543	0,343	0,172	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,176	0,352	0,531	0,712	0,809	0,890

Tabelle 48: Traglasten-Vergleich für den Bemessungsvorschlag: IPE 500 mit $\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$

IPE 500: Traglasten für Biegedrillknicken mit zweiachsiger Biegung								
$\bar{\lambda}_{LT} = 0,80$	Kurve c	$j = L/v_{0,d}$			γ_{M1}	f_y [kN/cm ²]		
FZT (RFEM)		660			1,00	23,5		
EIV (REI)		159			1,10			
EIV (L/150)		150						
Vergleich der Traglasten								
Lastgruppe		1	2	3	4	5	6	7
FZT (RFEM)	$M/M_{b,Rk}$	1,000	0,850	0,695	0,509	0,257	0,095	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,186	0,360	0,552	0,776	0,882	0,934
EIV (REI)	Lastfaktor	0,909	0,983	1,020	0,996	0,939	0,929	0,928
	$M/M_{b,Rk}$	0,909	0,836	0,709	0,507	0,241	0,088	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,183	0,367	0,550	0,729	0,819	0,866
EIV (L/150)	Lastfaktor	0,899	0,971	1,008	0,985	0,935	0,927	0,928
	$M/M_{b,Rk}$	0,898	0,826	0,700	0,501	0,240	0,088	0,000
	$M_z/M_{pl,z,Rk}$	0,000	0,181	0,363	0,544	0,725	0,817	0,866

5.3 Bewertung des Bemessungsvorschlags

Der in Abschnitt 5.1 formulierte Bemessungsvorschlag fordert bei Berechnungen mit dem Ersatzimperfektionsverfahren eine Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_{M1} um 0,1. Auf diese Weise wird die Tragfähigkeit auf beiden Achsen reduziert. Außerdem muss ein geeigneter Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen erfolgen. Bei der ersten untersuchten Variante wurden repräsentative Ersatzimperfektionen (vgl. Abschnitt 1) für die entsprechend erhöhten Teilsicherheitsbeiwerte angesetzt. Diese Vorgehensweise wirkt sich für den Verlauf der Traglastkurven des Ersatzimperfektionsverfahrens günstig aus, da die Ergebnisse eine gute Übereinstimmung mit den Traglastberechnungen nach der Fließzonentheorie ergeben. Die Überschreitungen liegen maximal bei 4,5 Prozent und somit im tolerierbaren Bereich. Mit der in [15] von KINDMANN und BEIER-TERTEL empfohlenen geometrischen Ersatzimperfektion von $L/150$ ergeben sich bei den untersuchten Fällen maximale Überschreitungen von nur 0,8 Prozent, sind aber vor allem bei einachsiger Biegung um die y -Achse etwas unwirtschaftlicher. Gegenüber den repräsentativen Ersatzimperfektionen hat der konstante Wert für die Praxis den großen Vorteil, dass der Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken nicht berechnet werden muss. Abschließend soll noch einmal betont werden, dass sowohl die repräsentativen Ersatzimperfektionen als auch konstante Werte von $L/150$ nur angesetzt werden dürfen, wenn der Teilsicherheitsbeiwert grundsätzlich um 0,1 erhöht wird. So ermöglichen beide untersuchten Vorgehensweisen eine sichere und wirtschaftliche Bemessung.

6. Zusammenfassung

Grundsätzlich sind bei der Tragwerksberechnung geeignete Ansätze zu wählen, um die Wirkung von Imperfektionen zu erfassen. Tragwerksberechnungen nach der Fließzonentheorie bilden das reale Tragverhalten bei Stabilitätsuntersuchungen am genauesten ab, da die Ausbreitung von Fließzonen und die in den Profilen vorhandene Eigenspannungen unmittelbar berücksichtigt werden können. Solche Berechnungen mit geeigneten EDV-Programmen sind aufwendig und für die Interpretation der Ergebnisse sind weitreichende Erfahrungen notwendig. Beim Ersatzimperfektionsverfahren können die Ausbreitung von Fließzonen sowie Eigenspannungen in den Profilen nicht direkt berücksichtigt werden. Stellvertretend sind äquivalente geometrische Ersatzimperfektionen anzusetzen, deren Werte die möglichen Wirkungen aller Imperfektionen abdecken. Entsprechende Vorgaben im Eurocode 3 für Biegedrillknicken mit einem Stich der Vorkrümmung in y -Richtung von $v_{0,d}=0,5 \cdot e_{0,d}$ liegen für eine nichtlineare Interaktionsbeziehung erheblich auf der unsicheren Seite. Genaue Ersatzimperfektionen sind jedoch von vielen Faktoren abhängig. Besonders entscheidend sind die gewählte Interaktionsbeziehung, der Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken sowie der Teilsicherheitsbeiwert. Es können repräsentative Ersatzimperfektionen ermittelt werden, die alle Einflüsse berücksichtigen. Sie führen bei einachsiger Biegung um die y -Achse stets zur gleichen Traglast wie Berechnungen mit dem Ersatzstabverfahren nach Eurocode 3. Eine weitere, vor allem für die Praxis geeignete Lösung, wird von KINDMANN und BEIER-TERTEL in [15] vorgeschlagen. Diese zeigen, dass für den Stich $v_{0,d}$ der Vorkrümmung grundsätzlich für alle Profile $L/150$ angesetzt werden kann, ohne dass die Ergebnisse weit auf der unsicheren Seite liegen. Der konstante Wert hat für die Praxis den großen Vorteil, dass der Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken nicht berechnet werden muss.

Wenn Biegedrillknicken infolge zweiachsiger Biegung nachzuweisen ist, ergeben sich bei Berechnungen mit dem Ersatzimperfektionsverfahren auch mit dem Ansatz der genauen repräsentativen Ersatzimperfektion Traglasten, die bis zu 13,6 Prozent auf der unsicheren Seite gegenüber Berechnungen nach der Fließzonentheorie liegen. In Anlehnung an diese Feststellung resultiert folgender Bemessungsvorschlag: **Bei Biegedrillknicken ist für den Nachweis ausreichender Tragfähigkeit mit dem Ersatzimperfektionsverfahren der Teilsicherheitsbeiwert γ_{M1} stets um 0,1 zu erhöhen. Darüber hinaus ist ein geeigneter Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen zu treffen.** Diese Forderung lässt sich, sowohl mit den repräsentativen Ersatzimperfektionen als auch mit der von KINDMANN und BEIER-TERTEL in [15] vorgeschlagenen Lösung ($L/150$) bei gleichzeitiger Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_{M1} um 0,1, erfüllen. Überschreitungen gegenüber Berechnungen nach der Fließzonentheorie lassen sich bei den untersuchten Fällen auf einen Maximalwert von 4,5 Prozent verringern, so dass mit dem hier angegebenen Vorschlag eine sichere und wirtschaftliche Bemessung möglich ist.

Anhang A: Querschnittswerte

In der grauen Spalte werden die Querschnittswerte der Walzprofile für die Schnittgrößenberechnung in KSTAB angegeben. Die weiße Spalte zeigt die entsprechenden Werte des idealisierten Querschnitts für die Berechnung in RFEM.

Tabelle 49: Querschnittswerte für Walzprofile (grau) und idealisierte Querschnitte (weiß)

Profil	A [cm ²]	I_y [cm ⁴]	I_z [cm ⁴]	I_T [cm ⁴]	I_ω [cm ⁶]	ΔI_T [cm ⁴]	W_{ply} [cm ³]	$W_{pl,z}$ [cm ³]
HEM 200	131	10.642	3.651	258	336.870		1.135	543
	132	10.772	3.648	237		21,6	1.147	541
HEM 400	326	104.119	19.336	1.524	7.268.800		5.571	1934
	328	105.219	19.320	1.431	.	93,1	5.620	1928
HEB 200	78,1	5.696	2.003	59,6	167.060		643	306
	76,7	5.620	2.001	49,5		10,1	632	304
HEB 450	218	79.888	11.721	449	5.177.700		3.982	1198
	215	79.093	11.710	390		58,6	3.936	1191
HEA 400	159	45.069	8.564	191	2.893.600		2.562	873
	155	43.943	8.554	154		37,8	2.493	866
IPE 200	28,5	1.943	142	6,85	12.746		221	44,6
	27,7	1.887	142	5,22		1,63	214	44,0
HEAA 600	164	91.872	6.993	150	5.380.868		3.623	724
	160	88.905	6.983	106		43,3	3.509	717
HEM 650	374	281.668	18.979	1588	18.427.000		9.657	1936
	376	284.242	18.964	1495		92,8	9.732	1930
HEB 650	286	210.616	13.984	752	13.219.000		7.320	1441
	285	209.942	13.971	680		71,7	7.289	1435
IPE 500	116	48.199	2.142	88,6	1.235.400		2.194	336
	113	47.132	2.138	71,7		16,9	2.146	333
HEAA 1000	282	406.451	9.501	403	21.276.699		9.777	1016
	278	397.692	9.482	315		88,7	9.581	1006

Anhang B: Berechnungsbeispiel für Biegedrillknicken

In diesem Berechnungsbeispiel sollen exemplarisch alle Schritte für die Erstellung der Traglastkurven mit dem Ersatzimperfektionsverfahren sowie nach der Fließzonentheorie für den Stabilitätsfall Biegedrillknicken dargestellt werden. Die Ergebnisse wurden einer Excel-Tabelle entnommen und sind auf viele Nachkommastellen sehr genau. In den folgenden Berechnungen werden allerdings nicht alle Nachkommastellen mitgeführt (z.B. bei den in KSTAB hinterlegten Querschnittswerten), so dass sich durch Rundungen geringfügige Abweichungen ergeben können.

Es wird stellvertretend ein gabelgelagerter Einfeldträger mit folgenden Parametern untersucht:

- IPE 200
- $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$
- $L = 355\text{cm}$
- $f_y = 23,5\text{kN} / \text{cm}^2$
- $\gamma_{M1} = 1,00$

B1 Berechnung der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rd}$

Die für die Berechnung mit dem Ersatzimperfektionsverfahren anzusetzende repräsentative Ersatzimperfektion soll so gewählt werden, dass die Traglast für einachsige Biegung um die y -Achse der Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rd}$ nach dem Ersatzstabverfahren gemäß EC3 entspricht (vgl. Abschnitt 1.2). $M_{b,Rd}$ und die zugehörige Belastung $q_{b,Rd}$ werden für Walzquerschnitte folgendermaßen berechnet:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{cr}^2} = 234\text{kN}$$

$$c^2 = \frac{I_\omega + 0,039 \cdot L^2 \cdot I_T}{I_z} = 326\text{cm}^2$$

$$M_{cr} = \zeta \cdot N_{cr,z} \cdot \left(\sqrt{c^2 + 0,25 \cdot z_p^2} + 0,5 \cdot z_p \right) = 360\text{kNcm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{M_{cr}}} = 1,20 \quad \text{mit } W_{pl,y} = 221\text{cm}^3 \quad \text{für den Walzquerschnitt}$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \cdot \left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0} \right) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 1,18$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} = 0,579 \leq 1,0$$

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] = 0,980 \leq 1,0$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} = 0,591 \leq 1,00$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M1} = 3066 \text{ kNcm} \text{ mit } W_{pl,y} = 221 \text{ cm}^3 \text{ für den Walzquerschnitt}$$

$$q_{b,Rd} = \frac{M_{b,Rd}}{L^2} \cdot 8 = 0,1946 \text{ kN/cm}$$

B2 Repräsentative Ersatzimperfection für die Berechnung mit dem EIV

Für die Belastung $q_z = q_{b,Rd} = 0,1946 \text{ kN/cm}$ wird der Stich der Vorkrümmung $v_{0,d}$ in KSTAB so lange angepasst (Iteration) bis der Querschnitt vollständig nach dem Teilschnittgrößenverfahren (TSV) ausgenutzt ist (vgl. Abschnitt 1.2). Auf diese Weise ergibt sich als repräsentative Ersatzimperfection eine Vorkrümmung mit dem Stich $v_{0,d} = 1,392 \text{ cm}$. Mit KSTAB werden für $v_{0,d} = 1,392 \text{ cm}$ in Feldmitte folgende Schnittgrößen nach Biegetorsionstheorie II.Ordnung berechnet:

- $M_z = -543 \text{ kNcm}$
- $M_y = 3066 \text{ kNcm}$
- $M_\omega = 3831 \text{ kNcm}^2$

Mit dem Teilschnittgrößenverfahren ergibt sich eine vollständige Querschnittsausnutzung:

$$M_{pl,o,d} = M_{pl,u,d} = 499 \text{ kNcm}$$

$$|M_{o,d}| = \left| \frac{M_{z,d}}{2} - \frac{M_{\omega,d}}{h_f} \right| = |-472 \text{ kNcm}| \leq M_{pl,o,d} = 499 \text{ kNcm}$$

$$|M_{u,d}| = \left| \frac{M_{z,d}}{2} + \frac{M_{\omega,d}}{h_f} \right| = |-71,5 \text{ kNcm}| \leq M_{pl,u,d} = 499 \text{ kNcm}$$

$$b_o = b \cdot \sqrt{1 - \frac{|M_{o,d}|}{M_{pl,o,d}}} = 2,36 \text{ cm}$$

$$b_u = b \cdot \sqrt{1 - \frac{|M_{u,d}|}{M_{pl,u,d}}} = 9,26 \text{ cm}$$

$$e_h = \frac{b_u - b_o}{2} \cdot \frac{t_f}{t_w} = 5,24\text{cm} \quad (\text{plastisch neutrale Achse})$$

$$W_{\text{pl},y,\text{red}} = t_f \cdot \left[b_o \cdot \left(\frac{h_f}{2} + e_h \right) + b_u \cdot \left(\frac{h_f}{2} - e_h \right) \right] + t_w \cdot \left(\frac{h_f^2}{4} + e_h^2 \right) = 131\text{cm}^3$$

$$M_{\text{pl},y,d,\text{red}} = \frac{W_{\text{pl},y,\text{red}} \cdot f_y}{\gamma_M} = 3066\text{kNcm}$$

$$|M_{y,d}| = 3066\text{kNcm} \leq M_{\text{pl},y,d,\text{red}} = 3066\text{kNcm}$$

B3 Berechnung der Traglastkurve mit dem EIV

Für vorgegebene Verhältnisse von M_z zu $M_{\text{pl},z,\text{Rk}}$ werden die noch aufnehmbaren Momente M_y in KSTAB nach Biegetorsionstheorie II. Ordnung durch Iteration so bestimmt, dass der Querschnitt in Feldmitte vollständig nach dem Teilschnittgrößenverfahren ausgenutzt ist (vgl. Abschnitt 4.1). Hierzu wird zunächst das vollplastische Biegemoment $M_{\text{pl},z,\text{Rk}}$ für den Walzquerschnitt unter Berücksichtigung der Abrundungen ermittelt. Anschließend wird M_z und daraus die zugehörige Querlast q_y bestimmt.

$$M_{\text{pl},z,\text{Rk}} = W_{\text{pl},z} \cdot f_y = 1048\text{kNcm} \quad \text{mit } W_{\text{pl},z} = 44,6\text{cm}^3 \quad \text{für den 3-Blech-Querschnitt}$$

$$q_y = \frac{M_z \cdot 8}{L^2}$$

Tabelle 50 zeigt die durch Iteration ermittelten Traglasten. Die Werte entsprechen den Angaben in Tabelle 30. Dort wird auch die entsprechende Traglastkurve dargestellt.

Tabelle 50: Traglasten nach dem EIV: IPE 200, $\bar{\lambda}_{\text{LT}} = 1,20$, $\gamma_{\text{MI}} = 1,00$

$M_z/M_{\text{pl},z,\text{Rk}}$ [-]	M_z [kNcm]	q_y [kN/cm]	$M_y/M_{\text{b,Rk}}$ [-]	M_y [kNcm]	q_z [kN/cm]	TSV [%]
0,000	0	0,0000	1,000	3066	0,1946	100
0,200	210	0,0133	0,862	2642	0,1677	100
0,400	419	0,0266	0,703	2155	0,1368	100
0,600	629	0,0399	0,514	1575	0,1000	100
0,800	839	0,0532	0,275	843	0,0535	100
0,900	944	0,0599	0,113	347	0,0220	100
0,953	999	0,0634	0,000	0	0,0000	100

B4 Repräsentative Ersatzimperfektion für die Berechnung nach der FZT

Die Systemmodellierung erfolgt analog zu den Erläuterungen in Abschnitt 3. Für den Stabilitätsfall Biegedrillknicken mit zweiachsiger Biegung wird die repräsentative Vorverformung so gewählt, dass sich für einachsige Biegung um die y -Achse die gleiche Traglast wie mit dem Ersatzstabverfahren nach EC3 ergibt (vgl. Abschnitt 3.4). Die Biegedrillknickbeanspruchbarkeit $M_{b,Rk}$ wird hier für den idealisierten 3-Blech-Querschnitt berechnet (vgl. Abschnitt 3.3):

$$M_{b,Rk} = \chi_{LT,mod} \cdot W_{pl,y} \cdot f_y = 2975 \text{ kNcm} \text{ mit } W_{pl,y} = 214 \text{ cm}^3 \text{ für den 3-Blech-Querschnitt}$$

$$q_{b,Rk} = \frac{M_{b,Rk}}{L^2} \cdot 8 = 0,1889 \text{ kN/cm}$$

Für $q_z = q_{b,Rk} = 0,1889 \text{ kN/cm}$ wird der Stich der Vorkrümmung $v_{0,d}$ iterativ in RFEM bestimmt. Bei $v_{0,d} = 0,64 \text{ cm}$ geht das System vom stabilen in den kinematischen Zustand über, so dass kein Gleichgewicht mehr zwischen inneren und äußeren Kräften gefunden werden kann. Folglich wurde die repräsentative Ersatzimperfektion durch Iteration gefunden, so dass sich nach der Fließzonen-theorie für einachsige Biegung um die y -Achse die gleiche Traglast wie mit dem Ersatzstabverfahren nach EC3 ergibt.

B5 Berechnung der Traglastkurve nach der FZT

Für die bereits vorhandenen Traglasten des Ersatzimperfektionsverfahren aus Tabelle 50 werden in RFEM die Lastfaktoren ermittelt bei denen das System kinematisch wird (vgl. Abschnitt 3.7). Auf diese Weise werden die Traglasten nach der Fließzonen-theorie bezogen auf die Traglasten des Ersatzimperfektionsverfahren bestimmt. Die Traglasten nach dem Ersatzimperfektionsverfahren wurden normiert in der Form $M_y/M_{b,Rk}$ bzw. $M_z/M_{pl,z,Rk}$ angegeben. Aus diesen Verhältnis-Werten werden die Querlasten q_y und q_z , die auf das System in RFEM einwirken, rückgerechnet. Dabei wird $M_{pl,z,Rk}$ genauso wie zuvor $M_{b,Rk}$ für den idealisierten 3-Blech-Querschnitt ermittelt (vgl. Abschnitt 3.3):

$$M_{pl,z,Rk} = W_{pl,z} \cdot f_y = 1034 \text{ kNcm} \text{ mit } W_{pl,z} = 44,0 \text{ cm}^3 \text{ für den 3-Blech-Querschnitt}$$

$$q_y = \frac{M_z \cdot 8}{L^2}$$

$$q_z = \frac{M_y \cdot 8}{L^2}$$

Tabelle 51 zeigt die Einwirkungen, für die in RFEM gemäß Abschnitt 3.7 iterativ Lastfaktoren ermittelt wurden, bei denen das System vom stabilen in den kinematischen Zustand übergeht.

Tabelle 51: Einwirkungen für die Berechnung in RFEM: IPE 200, $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$, $\gamma_{M1} = 1,00$

$M_z/M_{pl,z,Rk}$ [-]	M_z [kNcm]	q_y [kN/cm]	$M_y/M_{b,Rk}$ [-]	M_y [kNcm]	q_z [kN/cm]
0,000	0	0,0000	1,000	2975	0,1889
0,200	207	0,0131	0,862	2564	0,1627
0,400	414	0,0263	0,703	2091	0,1328
0,600	620	0,0394	0,514	1529	0,0970
0,800	827	0,0525	0,275	818	0,0519
0,900	931	0,0591	0,113	336	0,0213
0,953	985	0,0626	0,000	0	0,0000

Tabelle 52 zeigt die berechneten Lastfaktoren sowie die daraus abgeleiteten Traglasten nach der Fließzonentheorie. Die Werte entsprechen den Angaben in Tabelle 30. Dort wird auch die entsprechende Traglastkurve dargestellt.

Tabelle 52: Traglasten nach der FZT aus RFEM: IPE 200, $\bar{\lambda}_{LT} = 1,20$, $\gamma_{M1} = 1,00$

Lastfaktor [-]	$M_z/M_{pl,z,Rk}$ [-]	M_z [kNcm]	q_y [kN/cm]	$M_y/M_{b,Rk}$ [-]	M_y [kNcm]	q_z [kN/cm]
1,00	0,000	0	0,0000	1,000	2975	0,1889
0,98	0,196	203	0,0129	0,844	2512	0,1627
0,98	0,392	405	0,0257	0,689	2049	0,1328
0,99	0,594	614	0,0390	0,509	1513	0,0970
1,02	0,816	844	0,0536	0,280	834	0,0519
1,02	0,918	949	0,0603	0,115	343	0,0213
1,00	0,953	985	0,0626	0,000	0	0,0000

Literaturverzeichnis

- [1] BARTH, C., LUTZKANOV, D.: Neue finite Elemente für dicke und dünne Platten – Theorie, praktische Umsetzung, Ergebnisse, Zeitschrift Bauinformatik, Heft 6, Nov./Dez. 1994
- [2] BARTH, C., RUSTLER, W.: Finite Elemente in der Baustatik-Praxis – Mit vielen Anwendungsbeispielen, 1. Auflage, Berlin, Bauwerk Verlag, 2010
- [3] BEIER-TERTEL, J.: Geometrische Ersatzimperfektionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegedrillknicken von Trägern aus Walzprofilen, von der Ruhr-Universität Bochum genehmigte Dissertation zur Erlangung des Grades Doktor-Ingenieur, Bochum, 2008
- [4] BETTEN, J.: Finite Elemente für Ingenieure 2 – Variationsrechnung, Energiemethoden, Näherungsverfahren, Nichtlinearitäten, Springer-Verlag, Berlin,
- [5] BRIGHT, N., ROBERTS, J.: Structural Eurocodes – Extracts from the Structural Eurocodes for students of structural design, British Standard Institution, London, 2007
- [6] DIN 18800 (11/90): Stahlbauten, Teil 2: Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken
- [7] DIN EN 1993-1-1 (12/2010): Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten; Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- [8] DIN EN 1993-1-5 (12/2010): Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten; Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile
- [9] DIN EN 10034: I- und H-Profilen aus Baustahl, Grenzabmaße und Formtoleranzen, 03/1994
- [10] ECCS-CECM-EKS, Publication No. 33: Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints, Brüssel, 1984
- [11] FEM Programmsystem RFEM, Programm-Version 4.05.1396, Ing.-Software Dlubal, Tiefenbach, Deutschland
- [12] GALLAGHER, R.H.: Finite-Element-Analysis, Springer-Verlag, New York, 1976
- [13] GLITSCH, T.: Beitrag zur vereinfachten Bemessung von stabilitätsgefährdeten Stahlstäben mit offenen Profilen unter Quer- und Torsionsbelastung, von der Technischen Universität Berlin zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation, Berlin, 2008
- [14] KINDMANN, R.: Stahlbau – Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung, 4. Auflage, Berlin, Ernst&Sohn Verlag, 2008
- [15] KINDMANN, R., BEIER-TERTEL, J.: Geometrische Ersatzimperfektionen für das Biegedrillknicken von Trägern aus Walzprofilen – Grundsätzliches, Stahlbau 79 (2010), Heft 9, S. 689-697
- [16] KINDMANN, R., BEIER-TERTEL, J.: Abminderungsfaktoren für das Biegedrillknicken von Walzprofilen – Grundsätzliches, Stahlbau 79 (2010), Heft 1, S. 25-33

-
- [17] KINDMANN, R., FRICKEL, J.: Elastische und plastische Querschnittstragfähigkeit – Grundlagen, Methoden, Berechnungsverfahren, Beispiele, Berlin, Ernst&Sohn Verlag, 2002
- [18] KINDMANN, R., LAUMANN, J.: Tragfähigkeit und Stabilität von Stäben bei zweiachsiger Biegung mit Normalkraft und Wölbkrafttorsion - FE-Programm KSTAB, Lehrstuhl für Stahl- und Verbundbau, Ruhr-Universität Bochum, 2007
- [19] KINDMANN, R., WOLF, C.: Geometrische Ersatzimperfektionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegeknicken von Druckstäben, Stahlbau 78 (2009), Heft 1, S.25-34
- [20] KRÜGER, U.: Stahlbau – Teil 2: Stabilitätslehre, Stahlhochbau und Industriebau, 3. Auflage, Berlin, Ernst&Sohn Verlag, 2004
- [21] KUHL, D., MESCHKE, G.: Finite Elemente Methoden I & II, Vorlesungsmanuskript, Lehrstuhl für Statik und Dynamik, Ruhr-Universität-Bochum, 2002
- [22] MEISTER, J.: Nachweispraxis Biegeknicken und Biegedrillknicken – Einführung, Bemessungshilfen, 42 Beispiele für Studium und Praxis, Berlin, Ernst&Sohn Verlag, 2002
- [23] OFNER, R.: Traglasten von Stäben aus Stahl bei Druck und Biegung, von der TU-Graz genehmigte Dissertation zur Erlangung des Grades Doktor-Ingenieur, Graz, 1997
- [24] PAPULA, L.: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler – Band 1, 10. Auflage, Braunschweig/ Wiesbaden, Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 2001
- [25] PETERSEN, C.: Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten, 3. Auflage, Braunschweig/ Wiesbaden, Vieweg Verlag, 1993
- [26] ROIK, K., WAGENKNECHT, G.: Traglastdiagramme zur Bemessung von Druckstäben mit doppelsymmetrischem Querschnitt aus Baustahl, Ruhr-Universität Bochum – Konstruktiver Ingenieurbau – Berichte Heft 27, Essen, Vulkan-Verlag Dr. W. Classen Nachf. GmbH & Co KG, 1977
- [27] SCHOLZ, W., HIESE, W.: Baustoffkenntnis, 15. Auflage, Werner-Verlag, München, 2003
- [28] SCHNEIDER, K.-J., GORIS, A.: Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen, 17. Auflage, Neuwied, Werner Verlag, 2006
- [29] WAGENKNECHT, G.: Stahlbau-Praxis nach Eurocode 3 mit Berechnungsbeispielen - Band 1: Tragwerksplanung-Grundlagen, Berlin, Bauwerk Verlag, 2011
- [30] WAGENKNECHT, G.: Stahlbau-Praxis nach Eurocode 3 mit Berechnungsbeispielen - Band 2: Verbindungen und Konstruktionen, 2. Auflage, Berlin, Bauwerk Verlag, 2011
- [31] WAGENKNECHT, G.: Imperfektionsannahmen im Stahlbau für Biegeknicken, Berichte aus dem Labor für Numerik im Bauwesen der Fachhochschule Gießen-Friedberg, Heft 1, Gießen, 2010

- [32] WOLF, C.: Tragfähigkeit von Stäben aus Baustahl – Nichtlineares Tragverhalten, Stabilität, Nachweisverfahren, von der Ruhr-Universität Bochum genehmigte Dissertation zur Erlangung des Grades Doktor-Ingenieur, Bochum, 2006
- [33] WOLF, C., KINDMANN, R.: KSTAB-FZ - FE-Stabwerksprogramm für geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnungen, Lehrstuhl für Stahl und Verbundbau, Ruhr-Universität Bochum, 2008
- [34] ZIENKIEWICZ, O.C.: The Finite Element Method in Engineering Science, 3rd. Edition, London, Mc Graw - Hill, 197